

Раздел 2. БЕЗОПАСНОСТЬ

УДК 621.3:331.45+629.439.027.34

С. М. Аполлонский
ООО «Центр электромеханотроники»
(Санкт-Петербург, Россия)

Дата поступления: 06.07.2017

Решение о публикации: 28.10.2017

ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ БЕЗОПАСНОСТИ НА ВЫСОКОСКОРОСТНОМ МАГЛЕВ ТРАНСПОРТЕ

Аннотация. Введение. Высокоскоростной наземный транспорт МАГЛЕВ создаёт при движении электромагнитные помехи широкого частотного спектра. Они распространяясь как в окружающей внешней среде, так и внутри самого транспорта, могут превышать по уровню величины, установленные «Техническим регламентом о безопасности высокоскоростного железнодорожного транспорта».

Цели и задачи. Цель исследования – снижение электромагнитных помех при помощи соответствующего синтеза электроэнергетической установки.

Кроме того, в процессе синтеза элементов электроэнергетической установки возникают задачи оптимизации размещения источников полей в областях с изменяемыми геометрическими характеристиками.

Методология. Для решения задачи необходимо иметь, с одной стороны, метод расчета электромагнитных помех от источников электроэнергетической установки, а с другой - методы формализации и алгоритмы решения оптимизационных задач размещения.

Отметим, что математическая постановка большинства задач оптимального размещения источников приводит к нелинейным задачам математического программирования специального вида. Особенности такого класса задач не позволяют воспользоваться известными методами математического программирования. Рассматриваемый класс задач относится к задачам оптимизации систем многосвязного управления.

Ниже рассмотрен алгоритм оптимизационной задачи размещения элементов электроэнергетической установки, с целью минимизации суммарных помех, излучаемых в окружающее пространство. Поиск решения оптимизационной задачи стал возможным благодаря: введению скалярных потенциалов для описания электромагнитных помех элементов установки; введению функций взаимовлияния, учитывающих влияние соседних источников; разработке экранирующих функций в виде разложений по гармоникам; использованию теорем сложения, позволяющих решения уравнений представлять в разных системах координат.

Заметим, что корректная постановка и решение обратной задачи возможна только при условии, если разработаны достаточно хорошие методы решения соответствующих прямых краевых задач.

Ключевые слова: высокоскоростной железнодорожный транспорт, транспорт МАГЛЕВ, электромагнитные помехи и излучения в техносфере, рациональная компоновка элементов электроэнергетической системы МАГЛЕВ транспорта.

UDC 621.3:331.45+629.439.027.34

S. M. Apollonskiy

Ltd. "Center of Elektromehanotroniki"

(St. Petersburg, Russia)

ENSURING ELECTROMAGNETIC SAFETY AT HIGH-SPEED MAGLEV TRANSPORT

Annotation. High-speed ground maglev transport creates electromagnetic interference of wide frequency spectrum during the movement. Electromagnetic interference spreads both in the surrounding environment and within the transport itself.

Mathematically, electromagnetic interference is a vector (and in some cases tensor) field, where the functions are magnetic and electrical tenseness.

Purpose. The purpose of the work is to ensure electromagnetic safety of high-speed ground maglev transport's technical means and people (passengers and staff) by means of optimisation synthesis.

Objective. The objective of the works is to optimise the placement of field sources in areas with variable geometric characteristics.

Methodology. The method of the work is to synthesise elements of an energy system whose characteristics depend on the behaviour of electromagnetic interference. The mathematical model of the energy system being designed should take into account technological and constructive constraints, and electromagnetic interference.

Calculation of electromagnetic interference from several sources in the premises, where the energy system is located by means of solving nonlinear tasks of special type mathematical programming. The peculiarities of this type of problems do not allow using known methods of mathematical programming. Finally, methods of formalisation and algorithms for solving optimisation problems of placement.

Practical significance. The search of solution of optimisation tasks became feasible owing to a number of suggestions put forward by the author: introduction of scalar potentials for describing external electromagnetic interference of the electric power plant elements; the introduction of interinfluence taking into account the influence of closely-located sources; development of screening functions in the form of harmonic decompositions; the application of addition theorems which enable describing solutions of mathematical physics equations in different coordinate systems.

Conclusion. The suggested method of formation of maglev transport electric energy system may be useful.

Key words: high-speed railway transport, maglev transport, electromagnetic interference and radiation in the technosphere, rational layout of elements in the electric power system of maglev transport.

Введение

Высокоскоростной наземный транспорт (ВСНТ) в современном понимании - это железнодорожный транспорт, обеспечивающий движение со скоростью более 200 км/ч. ВСНТ осуществляется либо колесным подвижным составом по рельсовому пути, либо бесконтактным способом, когда для тяги и торможения применяется линейный электрический привод, а для создания условий движения - магнитный подвес, так называемый левитирующий транспорт. Таковым является ВСНТ МАГЛЕВ.

Для ВСНТ МАГЛЕВ создается специальная путевая структура. Как правило, строят искусственные сооружения (эстакады), на которых создают путевую структуру со станциями и ограждениями. ВСНТ с магнитным подвесом является наиболее перспективным и экологически чистым, а также самым бесшумным. При его проектировании и определении стоимости строительства и эксплуатации исходят из позитивных влияний на уровень затрат следующих факторов: высокий темп и экономичность сооружения; большая степень стандартизации и взаимозаменяемости элементов и узлов пути, его надежность, стабильность, долговечность; предельная индустриализация изготовления путевых конструкций; возможность механизации и автоматизации процессов сборки, отладки и пуска в эксплуатацию всей системы; высокая степень безопасности и возможность максимальной автоматизации движения.

Вместе с тем, при движении ВСНТ МАГЛЕВ создаёт помехонесущие ЭМП широкого частотного диапазона, распространяющиеся как в окружающей внешней среде, так и внутри самого движущегося средства [1].

В математическом аспекте ЭМП представляют собой векторные (а в отдельных случаях и тензорные поля), где функциями являются магнитные и электрические напряженности. Возникает задача по обеспечению электромагнитной безопасности (ЭМБ) ВСНТ МАГЛЕВ.

Технический регламент о безопасности высокоскоростного железнодорожного транспорта [2] устанавливает минимально необходимые требования к ВСНТ, выполнение которых обеспечивает ЭМБ, виброакустическую безопасность и др. Эти требования относятся и к ВСНТ МАГЛЕВ, ЭМП которого, рассеиваемые в окружающей среде, могут быть соизмеримыми с ЭМП рельсового ВСНТ.

При обеспечении проблемы ЭМБ каждое из устройств электроэнергетической установки (ЭЭУ) ВСНТ МАГЛЕВ следует рассматривать как элемент некоторой подсистемы, в которой проявляются негативные связи (электрические и магнитные) этого элемента с другими. Такой подход позволяет рассматривать проблему ЭМБ как общую проблему при исследовании источников и рецепторов ЭМП, выделяя в них соответствующие признаки, которым ранее не придавалось значения. ЭМБ

представляет собой область науки и техники, развитие которой тесно связано с электротехникой и электроникой.

Для снижения негативного воздействия ЭМП на техносферу как внутри ВСНТ МАГЛЕВ, так и вне его, необходимо соответствующим образом синтезировать его ЭЭУ.

В процессе синтеза элементов ЭЭУ, характеристики которых зависят от поведения ЭМП, возникают задачи оптимизации размещения источников ЭМП в областях с изменяемыми геометрическими характеристиками. В связи с этим важно, чтобы математическая модель проектируемого устройства, кроме технологических и конструктивных ограничений, одновременно учитывала и отмеченные выше факторы.

Миниатюризация оборудования, а также увеличивающаяся сложность, интеграция и взаимодействие элементов приводят к тому, что электронные установки и компоненты становятся более уязвимыми к внешним электромагнитным воздействиям. Повышение энерговооруженности транспортного средства, каковым является ВСНТ МАГЛЕВ, более высокие токи, напряжения и уровни мощности оборудования увеличивают уровень ЭМП помех, а интегрирование и взаимопроникновение силовых и информационных компонентов внутрь оборудования приближает источники помех к приборам и устройствам, которые могут быть чувствительны к ним. Поэтому возникает задача обеспечения безопасности, надежности и качества функционирования всех типов оборудования и систем там, где они используются. Если эта задача выполнена, то говорят, что обеспечена ЭМБ ЭЭУ со средой, в которой они размещаются.

Обеспечение ЭМБ требует рассматривать два аспекта проблемы: влияние электротехнического и электронного оборудования на системы электропитания и сети электроснабжения и влияние ЭМП помех различного происхождения на функционирование электронных компонентов систем управления, связи и обработки информации.

Обеспечение ЭМБ имеет не только теоретическое, но и экономическое значение. Например, качественное функционирование элементов инфраструктуры ВСНТ МАГЛЕВ зависит от информационно-управляющих систем, поэтому безотказность электронных систем является также экономическим фактором первостепенной важности. Это объясняет тот факт, что стандарты и требования, относящиеся к ЭМБ, признанные во всем мире или согласованные на региональном уровне, приветствуются изготовителями и пользователями электрического и электронного оборудования, в то время как другие стандарты иногда рассматриваются как мешающие функционированию предприятия.

Стандарты ЭМБ являются предпосылкой к обеспечению того, что многочисленные виды электронного оборудования не окажут влияния друг на друга или, еще хуже, не вызовут катастрофических нарушений

функционирования оборудования. Они устанавливают требования для оборудования как в отношении максимально допустимой эмиссии паразитных излучаемых и кондуктивных ЭМП помех, так и работоспособности оборудования в условиях влияния этих помех.

Стандарты - только один аспект проблем, связанных с обеспечением ЭМБ. Они устанавливают общие требования к качеству функционирования в условиях помех, которым должны соответствовать изделия, но обеспечение выполнения их требований остается за изготовителями. Однако требования стандартов могут выполняться только в том случае, если существуют необходимые технические знания, навыки и решения, касающиеся обеспечения ЭМБ.

Оптимальное проектирование и размещение элементов ЭЭУ

С целью снижения загрязнения окружающей среды ЭМП при проектировании ЭЭУ ВСНТ МАГЛЕВ до нормативных значений можно поставить задачу о рациональном размещении источников ЭМП ЭЭУ. Такой подход позволит сформировать структуру помехонесущего ЭМП от ЭЭУ в пределах нормативных документов. Особое значение такой подход приобретает в связи с тем, что ЭЭУ ВСНТ МАГЛЕВ находится в металлическом корпусе, который является экранирующей структурой, но недостаточной для существенного снижения помехонесущих ЭМП во внешнем пространстве.

Применение для поддержания ЭМП в заданных пределах дополнительных активных и пассивных экранов не всегда возможно из-за больших габаритов и весов последних и из-за конструктивно-технологических трудностей их создания и размещения. Поэтому на первое место выступает задача рационального размещения элементов ЭЭУ внутри энергетического помещения. Такой подход может решить проблему снижения помехонесущих ЭМП от ЭЭУ ВСНТ МАГЛЕВ до требований ЭМБ.

Для решения подобной задачи необходимо иметь, с одной стороны, метод расчета ЭМП от нескольких источников, расположенных в пределах энергетического помещения, а с другой - методы формализации и алгоритмы решения оптимизационных задач размещения [3].

Выяснение вопросов оптимального размещения источников ЭМП, имеющих определенные геометрические и энергетические характеристики, имеет значение для практики проектирования ЭЭУ. При этом поиск наилучшего размещения источников ЭМП должен осуществляться с учетом ограничений как на характер ЭМП, так и на местоположение источников поля.

Разработке математических моделей и методов решения задач о размещении источников физических полей посвящена работа [4]. Однако, в

ней не затрагивались вопросы размещения источников ЭМП. Отдельные вопросы, связанные с оптимизацией размещения источников ЭМП, рассматривались лишь в работах по проектированию радиоэлектронной аппаратуры [5].

Отметим, что математическая постановка большинства задач оптимального размещения источников ЭМП приводит к нелинейным задачам математического программирования специального вида. Особенности такого класса задач не позволяют воспользоваться известными методами математического программирования. Кроме того, поиск оптимального размещения источников необходимо осуществлять с учетом их взаимовлияния, т.е. рассматриваемый класс задач относится к задачам оптимизации систем многосвязного управления [6]. При этом взаимовлияние обусловлено физическими свойствами управляемого объекта, и применение принципов автономности [7] затруднено.

Следует помнить, что разработка методов и алгоритмов решения задач оптимального размещения источников физических полей, а также создание соответствующего математического обеспечения (комплекса программ) имеет значение для всех областей, в том числе и электродинамики. Это связано с тем обстоятельством, что во многих областях инженерной практики возникают задачи оптимального размещения объектов, являющихся источниками соответствующих физических полей или влияющих на характер протекания физических процессов. Тем не менее, задачи оптимального размещения источников ЭМП мало затронуты в публикациях [8-9].

ЭМП элементов ЭЭУ, создаваемые большим числом источников различной напряженности и геометрической формы, являются весьма сложными по своей структуре. При этом обеспечение ЭМБ группы элементов имеет значение, поэтому поиск конструктивной топологии элементов часто приходится осуществлять на множестве тех вариантов, которые удовлетворяют условиям ЭМБ ЭЭУ.

Ниже рассмотрены задачи оптимизации ЭМП группы источников в экранирующих структурах с учетом их рационального размещения. Решение таких задач стало возможным, благодаря ряду предложений, внесенных автором доклада: введения скалярных потенциалов для описания внешних ЭМП элементов ЭЭУ; введения функций взаимовлияния, учитывающих влияние соседних источников; разработки экранирующих функций в виде разложений по гармоникам; использования теорем сложения, позволяющих решения уравнений математической физики представлять в разных системах координат [3].

Заметим, что задачи, к рассмотрению которых мы приступаем, являются обратными. Их корректная постановка и решение возможны только при условии, если разработаны достаточно хорошие методы решения соответствующих прямых краевых задач.

Источники ЭМП

Прежде чем перейти к аналитической формулировке основной задачи размещения источников ЭМП, введем определения и понятия, используемые в дальнейшем.

Источник ЭМП характеризуется геометрическими и энергетическими параметрами. Он представляет собой на практике объект определенной геометрической формы, характеризуется трехмерным пространственным телом. Основные определения, связанные с такими телами, приведены в [4].

Источником ЭМП назовем финитную функцию, представляющую собой замкнутый Φ - объект. Если геометрическая форма i -го источника ЭМП $S_i (i \in [1, N])$ характеризуется в пространстве R^3 , а его напряженности непрерывно меняются во времени t , то источник описывается функцией

$$\Phi(x_1, x_2, x_3, t) = \begin{cases} \Phi_i^*(x_1, x_2, x_3, t), & (x_1, x_2, x_3) \in S, \\ 0, & \forall (x_1, x_2, x_3) \in V \setminus S. \end{cases} \quad (1)$$

Импульсный источник поля, действующий в промежутке времени Δt , представляется в виде

$$\Phi(x_1, x_2, x_3, t) = \begin{cases} \Phi_i^*(x_1, x_2, x_3, t), & (x_1, x_2, x_3) \in S, t < \Delta t, \\ 0, & (x_1, x_2, x_3) \in V \setminus S, \\ 0, & (x_1, x_2, x_3) \in V, t \notin \Delta t. \end{cases} \quad (2)$$

В последнем случае имеет место пространственно-временной источник $[S_i, \Delta t]$.

Для упрощения рассмотрения в дальнейшем используются трехмерные Φ - объекты, задающиеся в пространстве в виде сфер или круговых цилиндров.

Основная оптимизационная задача

Необходимо в области V разместить источники ЭМП, имеющие определенные геометрические и энергетические характеристики так, чтобы удовлетворить наперед заданным условиям и сообщить некоторой функции цели (качества) экстремальное значение. При этом могут быть решены подзадачи об определении числа источников ЭМП, их напряженностей и геометрических форм, а также формы области, в которой осуществляется размещение источников ЭМП. В отличие от задач размещения геометрических объектов, где область размещения ограничивает пределы возможного изменения параметров положения источников, в задачах размещения источников ЭМП на практике встречаются случаи, когда источники ЭМП находятся вне области, в которой осуществляется контроль ЭМП. По условию основной задачи на характер ЭМП и местоположение источников ЭМП накладываются условия [4, 8]:

- на характеристики результирующего ЭМП группы источников,
- на взаимное расположение источников ЭМП,
- на возможное местоположение источников ЭМП в заданной области (или за ее пределами).

Критерии оптимизации, по которым осуществляется размещение источников, могут включать:

- экстремальные характеристики значений ЭМП,
- значения ЭМП в заданной системе точек,
- объем области, в которой размещаются источники ЭМП с учетом ЭМС,
- число источников ЭМП,
- характеристики проектируемых элементов ЭЭУ, зависящие от формы ЭМП.

Из сказанного следует, что для математической постановки основной оптимизационной задачи необходимо представить соответствующие функции цели и системы ограничений в виде некоторых математических соотношений.

Основная оптимизационная задача размещения источников ЭМП может быть классифицирована по форме области, в которой осуществляется размещение, по виду источников ЭМП и типу их размещения, по функциям цели, по характеру ограничений и т.д. При этом следует учитывать, что источники ЭМП размещаются произвольно (нерегулярно), различаются геометрической формой и интенсивностью, т.е. видом финитной функции.

Математическая модель задачи

ЭМП источников в окружающей их области V (рис. 1), может быть описано с помощью уравнений Максвелла, которые для низкочастотного ЭМП ($f < 5000$ Гц) приводятся к неоднородному уравнению Лапласа для скалярного потенциала v [3]:

$$\Delta v = \Phi_1, \quad (3)$$

либо к неоднородному уравнению Гельмгольца при высоких частотах ($f > 5000$ Гц) для двух скалярных потенциалов $[T \in (u, v)]$ [3]:

$$\Delta T + k^2 T = \Phi_2. \quad (4)$$

Уравнения (3) и (4) могут быть объединены в виде:

$$LT = \Phi, \quad (5)$$

где L - дифференциальный оператор уравнения, $\Phi = [\Phi_1, \Phi_2]$ - функции, характеризующие распределение источников ЭМП в области V .

Уравнение (5) должно быть дополнено условиями на участках $\Gamma_j (j = 1, 2, \dots)$ границы Γ области V :

$$B_j T|_{\Gamma_j} = \varphi_j (j = 1, 2, \dots), \quad (6)$$

где B_j - операторы граничных и начальных условий, φ_j - заданные функции.

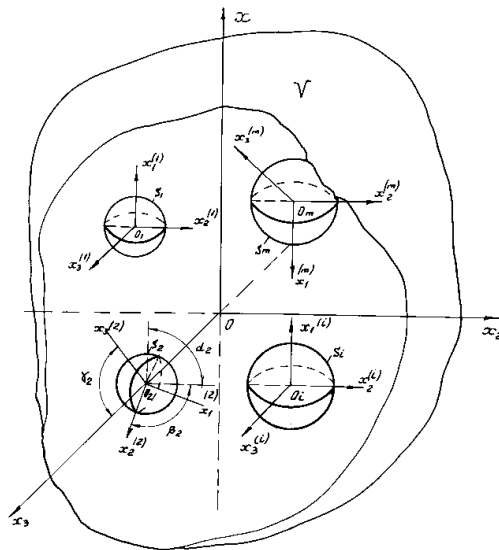


Рис. 1. Схема размещения элементов ЭЭУ

По существу, требуется найти распределение источников Φ по условиям, определенным назначением, условиями эксплуатации и конструкцией ЭЭУ.

В обл. V (рис. 1) необходимо разместить источники ЭМП ($i \in [1, m]$), полюса O_i которых принадлежат источникам i и имеют координаты x_1, x_2, x_3 .

Местоположение источников S_i в обл. V относительно неподвижной системы координат x_1, x_2, x_3 , связанной с обл. V , определяется вектором

$$x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, x_3^{(i)}, \alpha_i, \beta_i, \gamma_i; \dots; x_1^{(m)}, x_2^{(m)}, x_3^{(m)}, \alpha_m, \beta_m, \gamma_m \}, \quad (7)$$

где $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ ($i \in [1, m]$) - углы ориентации i -го источника (углы Эйлера).

Ограничения на характер ЭМП в общем случае представляются в виде неравенств

$$D_k T(x_1, x_2, x_3, t, \vec{Z})|_{V_k} \leq (\geq) T_k, (k \in [1, p]), \quad (8)$$

где D_k - некоторый оператор, T - скалярные потенциалы ЭМП, описываемые задачей (5)-(6), T_k - заданные функции, $V_k \in V$, x_1, x_2, x_3 - координаты текущей точки.

Частным случаем ограничений (8) являются условия на количественные характеристики ЭМП в заданной системе точек

$$T(x_1, x_2, x_3, t, \vec{Z})|_{p_k} \leq (\geq) T_k^* (k \in [1, p]), \quad (9)$$

где p_k - точки контроля характеристик ЭМП с координатами $x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, x_3^{(k)}$ ($k \in [1, p]$). Контроль характеристик ЭМП может осуществляться как непрерывно во времени, так и в заданные его промежутки.

Кроме ограничений, наложенных на качественные или количественные характеристики ЭМП, в процессе поиска вектора \vec{Z} необходимо удовлетворить условиям размещения источников ЭМП внутри V . К таковым относятся условия: а) взаимного размещения источников ЭМП, б) принадлежности источников ЭМП области V , в) непересечения источников ЭМП с областями запрета $k_t \in V (t = 1, 2, \dots)$.

Если между источниками ЭМП S_i и S_j задано кратчайшее расстояние l_{ij} , между источниками ЭМП S_i и границей Γ обл. V - расстояние l_i , а между источниками S_i и границей k_t области запрета K_t расстояние l_{it} , то условия а), б), в) представляются, соответственно, в виде соотношений:

$$\rho_{ij}(S_i, S_j) - l_{ij} \geq 0, (i = j; i, j = 1, 2, \dots, m), \quad (10)$$

$$\rho(R^3 \setminus V, S_i) - l_i \geq 0, (i = 1, 2, \dots, m), \quad (11)$$

$$\rho_{it}(S_i, k_t) - l_{it} \geq 0, (i \in [1, m], t \in [1, n]), \quad (12)$$

где R^3 - трехмерное евклидово пространство, $\rho_{ij}, \rho_i, \rho_{it}$ - кратчайшие расстояния, соответственно, между источниками S_i и S_j , между границей Γ обл. V и источником S_i , и между границей k_t области запрета K_t и источником S_i .

Ограничения на местоположение источников ЭМП в обл. V представляются неравенствами:

$$f_{ij}(x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, x_3^{(i)}, \alpha_i, \beta_i, \gamma_i; x_1^{(j)}, x_2^{(j)}, x_3^{(j)}, \alpha_j, \beta_j, \gamma_j; l_{ij}) \geq 0, (i \neq j; i, j \in [1, m]) \quad (13)$$

$$\phi_i(x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, x_3^{(i)}, \alpha_i, \beta_i, \gamma_i; l_i) \geq 0, (i \in [1, m]), \quad (14)$$

$$\eta_{it}(x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, x_3^{(i)}, \alpha_i, \beta_i, \gamma_i; l_{it}) \geq 0, (i \in [1, m], t \in [1, m]). \quad (15)$$

В общем случае функция цели \vec{Z} зависит от искомого вектора и представляется как

$$\chi(\vec{Z}) = \chi(x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, x_3^{(1)}, \alpha_1, \beta_1, \gamma_1; x_1^{(2)}, x_2^{(2)}, x_3^{(2)}, \alpha_2, \beta_2, \gamma_2; \dots; x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, x_3^{(i)}, \alpha_i, \beta_i, \gamma_i; \dots; x_1^{(m)}, x_2^{(m)}, x_3^{(m)}, \alpha_m, \beta_m, \gamma_m). \quad (16)$$

Общая оптимизационная задача размещения источников сводится к поиску экстремума функции цели (16) с учетом ограничений (9) и условий (13)-(15), т.е. к нахождению

$$Extr[\chi(\vec{Z})], \vec{Z} \in W, \quad (17)$$

где W - область, определяемая системой неравенств (9), (13)-(15).

Из общего вида основной оптимизационной задачи (17) можно сделать вывод, что математическая модель, адекватно описывающая ее, относится к классу задач математического программирования. В результате решения задачи вида (17) определяется вектор \vec{Z} , характеризующий местоположение источников в обл. V .

Следует отметить особенности основной оптимизационной задачи, вытекающие из ее общей математической постановки (17). Пространство

параметров, в котором необходимо определить экстремальное значение функции цели $\chi(\vec{Z})$ основной задачи, имеет размерность $6m$, где m - число размещаемых источников. В случае ориентированных источников искомый вектор $\vec{Z} \in R^{3m}$. На практике общее число источников $m \gg 1$, это приводит рассматриваемый класс задач к задачам большой размерности.

Количество неравенств (9), (13)-(15), описывающих область определения W функции цели $\chi(\vec{Z})$, зависит квадратично от числа размещаемых источников и равно не менее чем $N = (0,5m)(m-1) + m(n+1) + p$, где m - число размещаемых источников, n - число областей запрета $k_i(t \in [1, n])$, p - число ограничений на характер ЭМП.

Каждое неравенство вида (9) в общем случае связывает не менее чем $6m+4$ переменных, а неравенства вида (13)-(15) не менее 12 и 6 переменных, соответственно.

Ограничения, наложенные на ЭМП вида (8) или (9), представляются с помощью функций T , свойства которых во многом определяются видом краевой задачи (5)-(6) и методом ее решения. В том случае, если решение краевой задачи (5)-(6) ищется одним из вариационных методов, например методом Ритца, то функции T представляют собой ряды, членами которых являются специальные функции, их вид и число определяется точностью решения краевой задачи.

Поиск оптимального размещения источников ЭМП необходимо осуществлять на основе решения соответствующих задач математической физики, поскольку результирующее поле группы источников ЭМП зависит от местоположения каждого из источников. Размещение источников ЭМП осуществляется при учете взаимовлияния полей источников. Эта особенность позволяет сделать вывод: рассматриваемый класс задач относится к задачам оптимизации систем многосвязного управления [10].

Основная оптимизационная задача (17) относится к задачам оптимизации систем с распределенными параметрами, поскольку ЭМП описывается краевой задачей (5)-(6), основное уравнение (5) которой является дифференциальным уравнением в частных производных. Состояние управляемой системы определяется функциями $T(x_1, x_2, x_3, t)$. В качестве управляющей выступает функция $\Phi(x_1, x_2, x_3, t)$, характеризующая распределение источников в обл. V . Область допустимых состояний системы определяется краевой задачей (5)-(6) и ограничениями на функцию состояния в виде условий (8)-(9).

Из-за того, что по условию постановки основной оптимизационной задачи искомой функцией является правая часть основного уравнения (5) краевой задачи (5)-(6), исследуемый класс задач относится к задачам математической физики.

Учитывая, что размещение источников осуществляется с учетом системы ограничений, наложенной на качественные или количественные

характеристики поля, данный класс задач примыкает к задачам идентификации сложных систем.

Чтобы предложить общую схему решения основной задачи, требуется построить неравенства вида (9) и (13)-(16), т.е. неравенства, определяющие область допустимых решений W , т.к. характер области (выпуклость, вогнутость; линейность, нелинейность, дифференцируемость функций, определяющих поверхность области W , связность и т.д.) непосредственно влияет на выбор методов решения задачи.

Алгоритм нерегулярного размещения источников ЭМП. При построении алгоритма решения задачи (17) можно воспользоваться материалами [4, 8]. Основные этапы состоят в формализации задачи; в синтезе допустимых размещений векторов $\vec{Z} \in W$; в поиске локального экстремума; в переборе локальных экстремумов; в выделении глобального значения функций цели и соответствующего вектора размещения \vec{Z} .

Формализация задачи. Математические трудности, связанные с расчетом ЭМП, обусловлены видом оператора уравнения задачи, граничными и начальными условиями, геометрической формой области, в которой предполагают разместить источники ЭМП, их формой и т.д. Кроме того, для аналитического представления ограничений на поведение ЭМП метод решения краевой задачи должен позволить представить решение в виде единого аналитического выражения, включающего параметры размещения источников ЭМП.

В ряде случаев целесообразно представлять решение на основе вариационного метода Ритца.

Синтез допустимых размещений. Этот этап решения задачи рекомендуется [8] разбивать на два. Это связано с тем, что система неравенств, описывающая область W , состоит из двух разных по природе ограничений: на размещение источников ЭМП в обл. V и на результирующее поле.

Удобнее всего использовать метод последовательного одиночного размещения источников, позволяющий получать размещение, удовлетворяющее ограничениям (13)-(15). Его сущность состоит в том, что каждому из размещаемых источников ЭМП ставятся в соответствие числа из натурального ряда. Согласно последовательности номеров источников осуществляется размещение источников ЭМП по одному. Ранее размещенные источники считаются неподвижными с фиксированными параметрами размещения. Каждый источник размещается так, что из всех его возможных положений выбирается такое, при котором выполняется некоторое дополнительное условие, связанное с особенностями решаемой задачи.

Применение способа последовательно одиночного размещения избавляет от необходимости одновременной проверки выполнения неравенств (13)-(15). При таком способе размещения проверяются только те

ограничения, в которые входят параметры источников ЭМП. Например, если очередным размещаемым источником ЭМП является S_j , то осуществляется проверка выполнения только неравенств:

$$\begin{aligned}\varphi_{ij}(\vec{X}_i^*, \vec{X}_j, l_{ij}) &\geq 0, (i \in [1, j-1]), \\ \varphi_j(\vec{X}_j, l_j) &\geq 0, \\ \eta_{it}(\vec{X}_j, l_{it}) &\geq 0, (t \in [1, n]),\end{aligned}\tag{18}$$

где $\vec{X}_i^* = \{x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, x_3^{(i)}, \alpha_i, \beta_i, \gamma_i\}$ - вектор параметров размещенного источника ЭМП; \vec{X}_j - вектор параметров размещаемого источника; S_j, l_{ij}, l_j, l_{it} - кратчайшие допустимые расстояния. Видно, что число ограничений меньше, чем ранее.

После размещения источников с учетом ограничений (13)-(15) для найденного вектора \vec{Z} осуществляется решение задачи (5)-(6). Здесь может использоваться генератор программ, позволяющий решать задачи (5)-(6) для областей сложной формы с набором граничных условий.

Поиск локального экстремума. Методика коррекции вектора \vec{Z} как на этапе поиска $\vec{Z} \in W$, так и при определении локального экстремума, зависит в основном от конкретной задачи. В случае, если методика коррекции вектора \vec{Z} не позволяет найти вектор $\vec{Z} \in W$, осуществляется генерирование новой последовательности размещения источников.

Изложенный способ поиска вектора $\vec{Z} \in W$ дает возможность задавать начальную точку оптимизационного процесса в виде последовательности групп переменных. Это, в свою очередь, позволяет все множество различных значений функции цели ставить во взаимно-однозначное соответствие множеству Π перестановок π , каждая из которых состоит из n чисел, где $n \leq m$, а m - число размещаемых источников ЭМП. Множество Π возможно метризовать и проводить последующие рассуждения в пространстве перестановок.

Перебор локальных экстремумов. Из-за того, что значения функции цели задачи зависят не только от местоположения источников, а и от последовательности их размещения, в процессе поиска рационального значения функции цели задачи необходимо осуществлять перебор последовательности размещения источников, которая заключается в следующем [11]:

На первом этапе выбирается случайная перестановка $\pi_0 \in \Pi$, осуществляется поиск $\vec{Z} \in W$ и вычисляется рациональное значение χ_0 функции цели χ (16). Затем случайно выбирается новая перестановка $\pi_1 \in \Pi$ и снова вычисляется χ_1 и т.д. Процесс продолжается до тех пор, пока не будет найдена перестановка $\pi_i \in \Pi$, для которой выполняется неравенство $\chi_i < (>) \chi_0$.

В полученной перестановке π_i случайно меняется ν чисел и формируется новая последовательность π_{i+1} , вычисляется χ_{i+1} . Если $\chi_{i+1} < (>) \chi_i$, то в последовательности π_i снова меняются местами ν чисел и т.д. Этот процесс заканчивается при условии, что получена перестановка $\pi_{i+k} \in \Pi$, для которой $\chi_{i+k} < (>) \chi_i$.

Взяв в качестве исходной последовательности перестановку π_{i+k} , процесс вычисления продолжается до тех пор, пока вероятность получения лучшего значения функции цели станет достаточно малой.

Если вероятность получения лучшего результата станет достаточно малой, за начальную принимается последовательность π_j , в ней случайно меняются местами $\nu_i < \nu$ чисел, и процесс перебора начальных точек продолжается до тех пор, пока $\nu_r = 1$.

Выделение глобального значения функции цели и соответствующего вектора размещения. Таким образом, рекордная перестановка, полученная на некотором этапе, выбирается в качестве центра окрестности определенного радиуса. На следующем этапе формируются перестановки, лежащие в этой окрестности. Последующие этапы отличаются друг от друга радиусом окрестностей, которые постепенно убывают. Кроме того, с началом нового этапа центр окрестности переносится в текущую рекордную перестановку.

В процессе перебора локальных экстремумов возникает вопрос о моменте прекращения решения задачи. Это связано с тем, что с увеличением количества перебираемых исходных точек скорость решения задачи снижается и при приближении к глобальному экстремуму становится близкой к нулю. Это означает, что каждое новое уменьшение значения целевой функции требует пересмотра все большего количества локальных экстремумов. При этом существенно возрастают затраты машинного времени. Поэтому в процессе решения задачи не всегда удастся определить величину приближения найденного значения функций цели к глобальному. Учитывая сказанное, для выработки и проверки критерия останова в процессе решения задачи необходимо предусмотреть блоки проверки критериев прекращения поиска локального и глобального экстремумов. Заметим, что при решении конкретных задач возникает ситуация, когда ограничения, наложенные на поведение ЭМП, выполняются при любом местоположении источников, удовлетворяющих ограничениям (8), (13)-(15). В этом случае задача (5)-(6) сводится к задаче размещения источников ЭМП с учетом только ограничений (13)-(15), т.е. к задаче размещения геометрических объектов [8].

Снижение результирующей магнитной напряженности ЭМП оптимальным размещением элементов ЭЭУ

Постановка задачи. Пусть задана трехмерная область V , ограниченная в общем случае экранирующей оболочкой (рис. 2). Внутри оболочки необходимо осуществить размещение заданного числа источников ЭМП S_i , $i \in [1, m]$ так, чтобы минимизировать значения магнитных напряженностей в заданной системе точек P_k ($k \in [1, p]$). При этом источники ЭМП, имеющие заданную геометрическую форму, должны размещаться на определенном расстоянии друг от друга и находиться внутри оболочки.

Математическая постановка задачи состоит в нахождении [8]:

$$\min \max \bar{H}^{(k)}(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, x_3^{(k)}, \bar{Z}), \bar{Z} \in W, k \in [1, p], \quad (19)$$

где область определения W функции цели задачи (19) описывается следующей системой ограничений:

$$\varphi_{ij}(x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, x_3^{(i)}, \alpha_1^{(i)}, \alpha_2^{(i)}, \alpha_3^{(i)}; x_1^{(j)}, x_2^{(j)}, x_3^{(j)}, \alpha_1^{(j)}, \alpha_2^{(j)}, \alpha_3^{(j)}) \geq 0, i, j \in [1, m], i \neq j \quad (20)$$

$$\varsigma_i(x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, x_3^{(i)}, \alpha_1^{(i)}, \alpha_2^{(i)}, \alpha_3^{(i)}) \geq 0, \quad (21)$$

$$\bar{Z} = \{x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, x_3^{(1)}, \alpha_1^{(1)}, \alpha_2^{(1)}, \alpha_3^{(1)}; x_1^{(2)}, x_2^{(2)}, x_3^{(2)}, \alpha_1^{(2)}, \alpha_2^{(2)}, \alpha_3^{(2)}; \dots; x_1^{(m)}, x_2^{(m)}, x_3^{(m)}, \alpha_1^{(m)}, \alpha_2^{(m)}, \alpha_3^{(m)}\}, \quad (22)$$

где $x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, x_3^{(i)}$ - координаты местоположения источника S_i (его полюса) относительно неподвижной системы координат x_1, x_2, x_3 , жестко связанной с областью V ; $\alpha_1^{(i)}, \alpha_2^{(i)}, \alpha_3^{(i)}$ - углы ориентации источника S_i относительно неподвижной системы координат.

Из анализа поставленной задачи следует:

- Функция цели задачи (19) в общем случае нелинейная.
- Область определения функции цели в общем случае многосвязная и описывается системой $0,5 m(m+1) + m$ нелинейных неравенств (20)-(22)
- Размерность пространства параметров, в котором ищется экстремум функции цели задачи (19), равна $6m + 3$.

Задача (19) является многоэкстремальной.

При решении практических задач целесообразно разбить общую задачу (19) на ряд подзадач. Это связано с тем, что потребности практики требуют оптимизации и контроля определенных составляющих векторов магнитных напряженностей.

В случае, когда направленность векторов магнитных напряженностей может быть произвольной, задача (19) примет вид

$$\min \max |\bar{H}^{(k)}(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, x_3^{(k)}, \bar{Z})|, \bar{Z} \in W, k \in [1, p], \quad (23)$$

где через $|\bar{H}^{(k)}| = H_0^{(k)}$ обозначен модуль векторов магнитных напряженностей ЭМП.

Если требованиями практики оговорен контроль составляющих векторов магнитных напряженностей, то задача (9.19) принимает вид

$$\min \max_{x_\beta} H_{x_\beta}^{(k)}(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, x_3^{(k)}, \vec{Z}), \beta = 1, 2, 3, \vec{Z} \in W, k \in [1, p]. \quad (24)$$

В случае необходимости минимизировать одну из составляющих векторов $\vec{H}^{(k)}$, например $H_{x_1}^{(k)}$, при контроле других в заданных пределах, задача (19) формулируется как

$$\min \max_{x_1} H_{x_1}^{(k)}(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, x_3^{(k)}, \vec{Z}), \vec{Z} \in W, k \in [1, p] \quad (25)$$

При этом ограничения на другие составляющие векторов выглядят следующим образом:

$$0 \leq H_{x_2}^{(k)}(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, x_3^{(k)}) \leq H_{x_2}^{(\partial)(k)}, \quad (26)$$

$$0 \leq H_{x_3}^{(k)}(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, x_3^{(k)}) \leq H_{x_3}^{(\partial)(k)}, \quad (27)$$

где $H_{x_2}^{(\partial)(k)}$, $H_{x_3}^{(\partial)(k)}$ - допустимые значения составляющих векторов магнитных напряженностей.

Заметим, что при постановке задачи вида (25) к ограничениям (20)-(22) добавляются ограничения (26)-(27).

Задача упрощается, если ставится задача о размещении одного источника относительно остальных, считающихся неподвижными.

Постановка задачи. Пусть имеется ограниченная полной координатной поверхностью оболочка V , внутри которой расположены неподвижно источники ЭМП $S_i (i = 1, 2, \dots, N-1)$ - рис. 2 в виде тел, ограниченных также полными координатными поверхностями с координатой $\xi_1^{(i)}$ (в центрах систем координат источников).

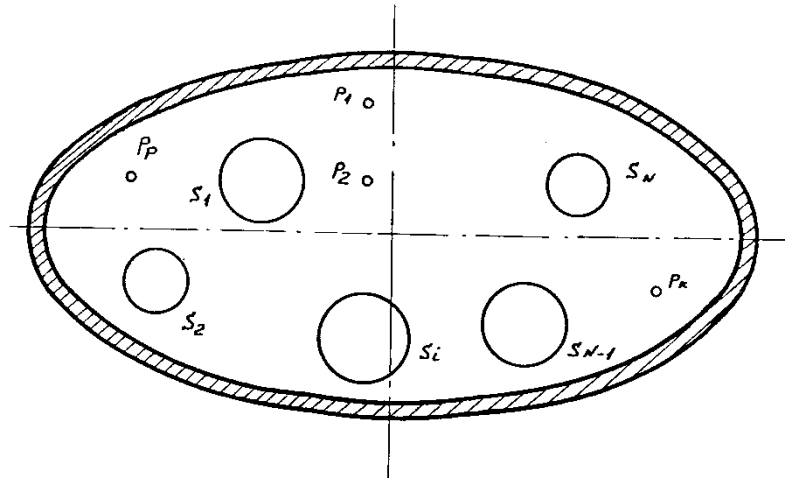


Рис. 2. Источники ЭМП внутри экранирующей оболочки

Необходимо внутри оболочки осуществить размещение (выделить множество точек возможного местоположения) источника ЭМП S_N так, чтобы суммарные магнитные напряженности поля в заданной системе точек P_k с координатами $x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, x_3^{(k)} (k \in [1, p])$ не превышали наперед заданных величин $\vec{H}^{(k)} (k \in [1, p])$. Кроме того, необходимо учесть условия взаимного

непересечения областей источников и ограничения на местоположение области размещаемого источника внутри оболочки. Перечисленные выше ограничения имеют, соответственно, следующий вид [12]:

$$\vec{H}(x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, x_3^{(i)}; \vec{M}^{(i)}; x_1^{(N)}, x_2^{(N)}, x_3^{(N)}) \left| \begin{array}{l} x_1^{(i)} = x_1^{(k)} \\ x_2^{(i)} = x_2^{(k)} \\ x_3^{(i)} = x_3^{(k)} \end{array} \right. \leq \vec{H}^{(k)}, \quad k \in [1, p]; \quad (28)$$

$$\varsigma_i(x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, x_3^{(i)}; x_1^{(N)}, x_2^{(N)}, x_3^{(N)}) \geq 0, i \in [1, n-1]; \quad \varphi(x_1^{(N)}, x_2^{(N)}, x_3^{(N)}) \geq 0,$$

где \vec{H} - суммарный вектор магнитной напряженности; $\vec{M}^{(i)}$ - вектор магнитного момента поля источника S_i ; x_1, x_2, x_3 - текущие координаты; $x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, x_3^{(i)}$ - координаты местоположения центров источников (полюсов) относительно неподвижной системы координат x_1, x_2, x_3 .

Для формализации ограничений (28) (вопросы формализации ограничений (28) рассмотрены в [8]) необходимо представлять суммарные составляющие магнитных напряженностей в зависимости от текущих координат и параметров размещения источников S_N . Осуществим это на основе методики расчета ЭМП системы источников, рассмотренной ранее.

Метод решения. Вектор магнитной напряженности \vec{H} суммарного ЭМП системы источников S_i ($i \in [1, N]$), находящихся в пределах экранирующей оболочки, может быть определен с учётом функций $W^{SM(i)}$ и взаимовлияния $K_{(N-i)}^{SM(i)}$.

Без нарушения общности решения уравнение (4) может быть записано с учетом функций обратного действия и взаимовлияния по гармоникам.

Если учесть, что $N-1$ источников неподвижны относительно системы координат x_1, x_2, x_3 , то составляющие вектора магнитной напряженности представляются как

$$H_{x_\beta}^{(k)} = H_{x_\beta}^{(k)}(x_1^{(N)}, x_2^{(N)}, x_3^{(N)}), \quad k \in [1, p], \quad \beta = 1, 2, 3. \quad (29)$$

Учитывая также и то, что сравнение векторов можно осуществлять по их модулям только в том случае, когда они имеют одно и то же направление (равны углы ориентации), ограничения (28) с учетом (29) можно записать в виде:

$$|\vec{H}^{(k)}(x_1^{(N)}, x_2^{(N)}, x_3^{(N)})| \leq |\vec{H}^{(\partial)(k)}|, \quad (30)$$

$$\frac{H_{x_\beta}^{(k)}(x_1^{(N)}, x_2^{(N)}, x_3^{(N)})}{|\vec{H}^{(k)}(x_1^{(N)}, x_2^{(N)}, x_3^{(N)})|} = \frac{H_{x_\beta}^{(\partial)(k)}}{|\vec{H}^{(\partial)(k)}|}, \quad (31)$$

где

$$|\vec{H}^{(k)}| = \sqrt{\sum_{\beta=1}^{\beta=3} (H_{x_\beta}^{(k)})^2}, \quad |\vec{H}^{(\partial)(k)}| = \sqrt{\sum_{\beta=1}^{\beta=3} (H_{x_\beta}^{(\partial)(k)})^2}.$$

Т.о., осуществлена формализация ограничений (28) в виде соотношений (30), (31), а общая математическая постановка рассматриваемого класса задач привела к системе, состоящей из $N+1$ неравенств и $3p$ равенств. Решение такой системы в общем виде затруднительно, и поэтому чаще всего для решения подобного рода задач предлагаются специальные приемы, основанные на специфике рассматриваемого класса задач.

Одним из возможных путей поиска местоположения источника для случая, когда ограничения (30)-(31) имеют сравнительно простой вид, может служить метод линеаризации для решения систем равенств и неравенств [13]. Для его применения достаточно, чтобы функции, входящие в соотношения (28)-(31), имели непрерывные градиенты и удовлетворяли условиям Липшица.

Выводы

Предложенный подход к формированию ЭЭУ может оказаться перспективным при необходимости снижения помехонесущих ЭМП от ВСНТ МАГЛЕВ в окружающем пространстве. Ранее такой подход был рекомендован для автономных ЭЭУ [8, 9, 12, 14].

Без сомнения, есть необходимость в дополнительной проработке предложенного подхода. Однако, он позволит не только снизить электромагнитную нагрузку от ВСНТ МАГЛЕВ на окружающую среду, но и изменить сам характер проектирования ВСНТ МАГЛЕВ.

Библиографический список

1. Аполлонский С. М. Уровни физических полей и излучений на железнодорожном транспорте с магнитной левитацией / Магнитолевитационные транспортные системы и технологии: Труды 3-й Международной конференции. – СПб: ПГУПС, 2016. – С. 138–153. – URL: <http://transsyst.ru/3razdel-3-1-Apollonskiy.html> (01.05.2017).
2. Технический регламент ТС № 710 "О безопасности высокоскоростного железнодорожного транспорта" (ТР ТС 002/2011), утвержден решением Комиссии Таможенного союза от 15 июля 2011 года.
3. Аполлонский С. М. Внешние электромагнитные поля электрооборудования и средства их снижения / С. М. Аполлонский. – СПб.: Безопасность, 2001. – 620 с.
4. Стоян Ю. Г. Оптимизация технических систем с источниками физических полей / Ю. Г. Стоян, В. П. Путятин. – Киев: Наукова думка, 1988. – 184 с.
5. Бабанов Ю. Н. Введение в проблему электромагнитной совместимости РТС / Ю. Н. Бабанов, А. В. Силин. – Горький, 1977. – 80 с.

6. Мееров М. В. Оптимизация систем многосвязного управления / М. В. Мееров, Б. Л. Литвак. – М.: Наука, 1972. – 344 с.
7. Стоян Ю. Г. Размещение геометрических объектов. – Киев: Наук. думка, 1981. – 239 с.
8. Аполлонский С. М., Путятин В. П. Оптимизация размещения источника электромагнитного поля внутри экранирующей оболочки // – Харьков: ИПмаш АН УССР. – 1979. – № 131. – 24 с.
9. Аполлонский С. М. О расчёте внешнего поля нескольких источников, заключённых в оболочку / С. М. Аполлонский, В. П. Путятин // Проблемы машиностроения. – 1983. – № 18. – С. 79–83.
10. Калайда Г. М. Критерии подобия и физическое моделирование электромагнитных полей в присутствии массивных ферромагнитных тел / Г. М. Калайда // Проблемы технической электродинамики. – 1974. – № 46. – С. 24–30.
11. Аполлонский С. М. Об оптимизации размещения источников электромагнитного поля / С. М. Аполлонский, В. П. Путятин // Численные методы нелинейного программирования: III Всесоюзный семинар. – М.: ч. II. – 1979, – С. 87–90.
12. Пшеничный Б. Н. Численные методы в экстремальных задачах / Б. Н. Пшеничный, Ю. М. Данилин. – М.: Наука, 1975. – 319 с.
13. Аполлонский С. М. Рациональное размещение источников ЭМП / С. М. Аполлонский, А. В. Коновко // Известия вузов. Электромеханика. – 1990. – № 2. – С. 5–12.

References

1. Apollonskij S. M. Urovni fizicheskikh polej i izluchenij na zheleznodorozhnom transporte s magnitnoj levitaciej [Levels of physical fields and radiations in rail transport with magnetic levitation]. *Trudy 3-j Mezhdunarodnoj konferencii "Magnitolevitacionnye transportnye sistemy i tekhnologii"* (Proceedings of the 3rd International Conference "Magneto-Levitational Transport Systems and Technologies"). St. Petersburg, 2016, pp. 138-153. URL: <http://transsyst.ru/3razdel-3-1-Apollonskiy.html> (01/05/2017).
2. *Tekhnicheskij reglament TS "O bezopasnosti vysokoskorostnogo zheleznodorozhnogo transporta" (TR TS 002/2011), utverzhdenyj resheniem Komissii Tamozhennogo soyuza ot 15 iyulya 2011, no. 710* [Technical Regulations of Vehicles No. 710 "On the Safety of High-Speed Railway Transport" (TR TC 002/2011), approved by the decision of the Commission of the Customs Union of July 15, 2011].
3. Apollonskij S. M. *Vneshnie ehlektromagnitnye polya ehlektrooborudovaniya i sredstva ih snizheniya* [External electromagnetic fields of electrical equipment and means of reducing them]. St. Petersburg, 2001. 620 p.

4. Stoyan Yu. G. & Putyatin V. P. *Optimizaciya tekhnicheskikh sistem s istochnikami fizicheskikh polej* [Optimization of technical systems with sources of physical fields]. Kiev, 1988. 184 p.
5. Babanov Yu. N. & Silin A. V. *Vvedenie v problemu ehlektromagnitnoj sovmestimosti RTS* [Introduction to the problem of electromagnetic compatibility of RTS]. Gorkij, 1977. 80 p.
6. Meerov M. V. & Litvak B. L. *Optimizaciya sistem mnogosvyaznogo upravleniya* [Optimization of systems of multiply connected control]. Moscow, 1972. 344 p.
7. Stoyan Yu. G. *Razmeshchenie geometricheskikh ob"ektov* [Placement of geometric objects]. Kiev, 1981. 239 p.
8. Apollonskij S. M. & Putyatin V. P. *Optimizaciya razmeshcheniya istochnika ehlektromagnitnogo polya vnutri ehkraniruyushchej obolochki* [Optimization of the location of the source of the electromagnetic field inside the shielding shell]. Kharkiv, 1979, no. 131. 24 p.
9. Apollonskij S. M. & Putyatin V. P. *Problemy mashinostroeniya – Problems of mechanical engineering*, 1983, № 18, pp. 79–83.
10. Kalajda G. M. *Problemy tekhnicheskoy ehlektrodinamiki – Problems of technical electrodynamics*, St. Petersburg, 1974, no. 46, pp. 24–30.
11. Apollonskij S. M. & Putyatin V. P. Ob optimizacii razmeshcheniya istochnikov ehlektromagnitnogo polya [On the optimization of the location of sources of electromagnetic field]. *Trudy III Vsesoyuznogo seminara "Chislennye metody nelinejnogo programmirovaniya"* (Proceedings of the III All-Union Seminar "Numerical Methods of Nonlinear Programming"). Moscow, 1979, vol. II, pp. 87–90.
12. Pshenichnyj B. N. & Danilin Yu. M. *Chislennye metody v ehkstremaal'nyh zadachah* [Numerical methods in extremal problems]. Moscow, 1975. 319 p.
13. Apollonskij S. M. & Konovko A. V. *Izvestiya vuzov. Ehlektromekhanika – Proceedings of high schools. Electromechanics*, 1990, no. 2, pp. 5–12.

Сведения об авторе:

АПОЛЛОНСКИЙ Станислав Михайлович, доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки РФ, научный консультант ООО «Центр электромеханотроники»
E-mail: smapollon@yahoo.com

Information about author:

Stanislav M. APOLLONSKIY, Doctor of Technical Sciences, Professor, Honored Worker of Science, Research consultant Ltd. "Center of Elektromehanotroniki"

E-mail: smapolon@yahoo.com