

Рубрика 2. НАУЧНЫЕ И ПРАКТИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ  
Направление – Проектирование и строительство дорог, метрополитенов

УДК 624.042  
DOI 10.17816/transsyst2021745-13

© **Г. А. Аверченко, К. А. Васильев, Е. А. Рудакова, А. И. Шашко, В. А. Борисов**  
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
(Санкт-Петербург, Россия)

## РЕГУЛИРОВАНИЕ УСИЛИЙ В БАЛОЧНО-ВАНТОВЫХ СИСТЕМАХ

Объектом исследования являются усилия в балочно-вантовых системах. Внедрение в строительство данных систем связано с задачей о создании предварительного напряжения с целью регулирования напряженно-деформированного состояния балочно-вантовой системы в целом. Преднапряжение позволит рационально использовать в конструкции высокопрочные материалы, экономично запроектировать конструкцию. При проектировании балочно-вантовых конструкций пролетных строений мостов приходится определять последовательность напряжения элементов конструкции – вантов с целью регулирования усилий в балочном элементе конструкции. Эта задача и рассматривается в данной статье. Для регулирования напряженно-деформированного состояния системы с помощью натяжения вантов в оптимальной последовательности используется метод динамического программирования. Для решения задач приведены формулы для выходной величины и критерия оптимальности, а также матрицы. В итоге найдены интересующие значения выходных величин на всех этапах натяжения вантов.

*Ключевые слова:* балочно-вантовая система, преднапряжение, напряженно-деформированное состояние, натяжение вантов, метод динамического программирования, выходная величина, критерий оптимальности.

Rubric 2. SCIENTIFIC AND PRACTICAL DEVELOPMENTS  
Field – Design and Construction of Roads, Subways

© **G. A. Averchenko, K. A. Vasilev, E. A. Rudakova, A. I. Shashko, V. A. Borisov**  
Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University  
(St. Petersburg, Russia)

## FORCE CONTROL IN GIRDER-CABLE SYSTEMS

The object of the study is the forces in the beam-cable systems. The introduction of these systems in construction is associated with the task of creating a pre-stress in order to regulate the stress-strain state of the beam-cable system as a whole. Prestressing will make it

possible to rationally use high-strength materials in the structure, and to design the structure economically. When designing girder-cable-stayed structures of bridge spans, it is necessary to determine the sequence of stresses of the structural elements-shrouds in order to regulate the forces in the beam element of the structure. This problem is considered in this article. The dynamic programming method is used to regulate the stress-strain state of the system by pulling the shrouds in the optimal sequence. To solve the problems, formulas for the output value and the optimality criterion, as well as the matrix, are given. As a result, the values of the output values of interest at all stages of the tension of the shrouds are found.

**Key words:** beam-cable system, prestressing, stress-strain state, cable tension, dynamic programming method, output value, optimality criterion.

## ВВЕДЕНИЕ

Решению задач, поставленных в области научно-технического прогресса в транспортном строительстве, будет способствовать внедрение новых экономичных конструкций, среди которых значительное место занимают балочно-вантовые [1].

Широкое внедрение в практику строительства балочно-вантовых систем связано с решением ряда задач проектирования, важнейшей из которых является создание предварительного напряжения с целью регулирования напряженно-деформированного состояния балочно-вантовой системы в целом.

Преднапряжение сложной и ответственной конструкции балочно-вантового пролетного строения – обычно осуществляется путем многократных натяжений вант с постепенным приближением к проектным значениям [2]. Такой путь создания преднапряжения весьма трудоемок. Очевидно, что метод подбора не гарантирует получение оптимального решения и может быть улучшен, что привело бы к экономии времени и средств.

## ОПТИМАЛЬНАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ НАТЯЖЕНИЯ ВАНТОВ

Решить задачу оптимальной последовательности натяжения вантов с целью регулирования напряженно-деформированного состояния системы можно, используя метод динамического программирования.

Опустив общие сведения из теории оптимального управления, постановку и решение задачи можно представить следующим образом.

Пусть напряженно-деформированное состояние системы характеризуется некоторой выходной величиной

$$\bar{X} = \bar{F}(\bar{Y}, \bar{\Psi}, \bar{P}, \bar{H}), \quad (1)$$

где  $\bar{X}$  – выходная величина (изгибающие моменты, усилия, перемещения);  $\bar{Y}$  – геометрические характеристики системы;  $\bar{\Psi}$  – жесткостные

характеристики системы;  $\bar{P}$  – внешняя нагрузка;  $\bar{H}$  – усилия преднапряжения вантов;  $\bar{F}$  – закон соответствия между перечисленными множествами функций [3].

Заданы начальное и конечное напряженно-деформированное состояние системы. Поскольку геометрические и физические параметры объекта обычно не варьируются, вектор функции  $\bar{Y}, \bar{\Psi}, \bar{P}$  можно включить в состав оператора  $\bar{F}$ . Тогда зависимость (1) можно записать в виде

$$\bar{X} = \bar{\Phi}(\bar{H})$$

Здесь  $\bar{\Phi}$  – нелинейный оператор, который может быть задан различными способами – с помощью формул, графиков, таблиц.

Состояние балочно-вантовой системы в процессе управления может быть охарактеризовано одним из параметров, из-за меняющимся в процессе управления и в достижении экстремума, которого мы заинтересованы [4]. Такими параметрами в рассматриваемой задаче могут быть изгибающие моменты или поперечные силы в балке, перемещения точек балки, минимум которых мы хотим получить в процессе создания преднапряжения системы.

В процессе управления мы хотим получить некоторый выигрыш, т. е. преследуем определенную цель. Выбор цели управления может быть, в общем, произвольным [5].

В зависимости от той или иной цели может быть сформулирован некоторый критерий оптимальности  $J$ .

$$J = \max_{0 \leq t \leq T} |\bar{M}_{(t)}^* - \bar{M}_{(t)}| \quad (2)$$

Для нашей задачи о максимальном выравнивании изгибающих моментов в балке жесткости критерий оптимальности примет вид

$$J = \sum_{t=1}^N f_t^0(X_{(t-1)}, U_{(t)}),$$

и требуется выбрать управляющие параметры так, чтобы обеспечить условие

$$\min J = \min \max |\bar{M}_{(t)}^* - \bar{M}_{(t)}| = J(M_0) \quad (3)$$

Условие (3) определяет системы управления, называемые на минимакснооптимальными. Здесь  $\bar{M}_{(t)}^*$  – некоторое заданное распределение изгибающих моментов в балке;  $\bar{M}_{(t)}$  – текущее значение изгибающих моментов;  $J(M_0)$  – минимальное значение, зависящее от начальных условий.

Вектор  $\bar{M}_{(t)}^*$  представляет собой некоторую наперед заданную последовательность чисел, например, допустимые значения изгибающих

моментов в балке. Разность  $\bar{M}^* - \bar{M}$  будет представлять собой меру «ухудшения» состояния системы в процессе управления, и нашей задачей будет являться минимизация этого «ухудшения» [6]. Таким образом, задача формулируется следующим образом.

Задана дискретная управляемая система:

$$X_t = f(x_{(t-1)}, u_{(t)}), \quad (4)$$

$$U_{(t)} \in U_t(x_{(t-1)}), t = 1, \dots, N$$

Требуется перевести систему из заданного начального состояния  $X_0$  в конечное состояние  $X_{(N)}$  путем вариации вектора управления  $\bar{U}$  так, чтобы критерий оптимальности  $J$  получил экстремальное значение.

При решении этой задачи необходимо знать зависимость выходных параметров от усилий натяжения вантов, являющихся управляющими параметрами [7, 8]. Эту информацию можно получить на основании расчета рассматриваемой системы по деформированной схеме. Не останавливаясь на сущности этого метода, ограничимся лишь некоторыми существенными для последующего изложения замечаниями [9, 10]. В процессе натяжения вантов не происходит значительных перемещений опорных узлов, которые могли бы существенно изменить геометрические соотношения в расчетной схеме конструкции [11]. Поэтому в большинстве случаев соотношения между управляющими и выходными параметрами являются линейными либо достаточно близкими к линейным, что допускает применение принципа независимости действия сил.

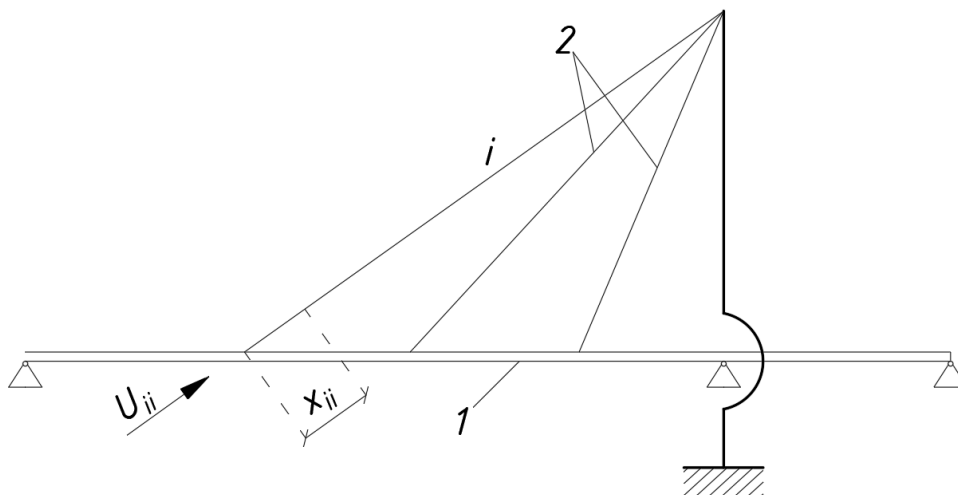


Рис. Схема балочно-вантовой системы: 1 – балка; 2 – ванты

Рассмотрим балочно-вантовую систему, представленную на Рис. Пусть система находится в равновесии напряженно-деформированном состоянии  $S_0$ . При этом усилия в вантах имеют значения  $U_{i0}$ .

Дадим  $i$ -тому ванту единичное приращение усилия  $U_{ii} = 1$  [12, 13]. В результате получим новое напряженно-деформированное состояние  $S_{01}$  системы, для которого вычислим приращение усилий во всех остальных вантах, а также единичные значения интересующей нас выходной величины  $X_{ij}$ . Прделаав аналогичные операции для всех вантов, получим матрицы

$$\bar{U} = \begin{vmatrix} U_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & U_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ U_{n1} & \cdot & \cdot & \cdot & U_{nn} \end{vmatrix}; X = \begin{vmatrix} X_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & X_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ X_{n1} & \cdot & \cdot & \cdot & X_{nn} \end{vmatrix} \quad (5)$$

Матрица  $\bar{U}$  - квадратная порядка  $n$  по числу вантов. Матрица  $X$  – прямоугольная, имеет размерность  $m \times n$ , где  $m$  – произвольное число точек, в которых фиксируются значения выходной величины [14].

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Собственные значения усилий  $U_i^*$  напряжения за один раз каждого ванта для перевода системы от начального состояния  $S_0$  в конечное состояние  $S_k$  находят из матричного уравнения

$$U \cdot U^* = P, \quad (6)$$

где элементы  $P_i = U_{ik} - U_{i0}$  представляют собой известные из заданных условий приращения усилий в вантах [15]. Изменения напряженно-деформированного состояния системы в процессе поочередного натяжения вантов в последовательности 1, 2, ... могут быть представлены в виде

$$\begin{vmatrix} X_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & X_{1n} \\ X_{21} & \cdot & \cdot & \cdot & X_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ X_{m1} & \cdot & \cdot & \cdot & X_{mn} \end{vmatrix} \left\{ \begin{vmatrix} U_1^* \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ U_2^* \\ \dots \\ 0 \end{vmatrix} + \dots + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ U_n^* \end{vmatrix} \right\} = \begin{vmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \dots \\ P_m \end{vmatrix}, \quad (7)$$

где  $P_i$  — конечные значения усилий преднапряжения вантов.

В этом решении нас более интересуют значения выходных величин на всех этапах натяжения. Поэтому запишем левую часть (7) в виде

$$X = \begin{vmatrix} X_{11}U_1^* & X_{12}U_2^* & \cdot & \cdot & X_{1n}U_n^* \\ X_{21}U_1^* & X_{22}U_2^* & \cdot & \cdot & X_{2n}U_n^* \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ X_{m1}U_1^* & X_{m2}U_2^* & \cdot & \cdot & X_{mn}U_n^* \end{vmatrix} \quad (8)$$

Значения выходных величин системы для любого  $t$ -го этапа натяжения равны сумме набора из  $t$  столбцов матрицы (8).

**Авторы заявляют что:**

1. У них нет конфликта интересов.
2. Настоящая статья не содержит каких-либо исследований с участием людей в качестве объектов исследований.

**БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК / References**

1. Кирсанов М.Н. Статический расчет вантовой системы // Известия МГТУ МАМИ. – 2013. – № 3(17). – С. 89-93. [Kirsanov MN. Statischeckij raschet vantovoj sistemy. *Izvestiya MGTU MAMI*. 2013;(3(17)):89-93. (In Russ.)]. Ссылка активна на 16.04.2021. Доступно по: <https://elibrary.ru/item.asp?id=21250012&>
2. Козьмин Н. А. О некоторых способах определения усилий регулирования в вантово-балочных мостах // Вестник Сибирского государственного университета путей сообщения. – 2012. – № 28. – С. 103–108. [Koz'min NA. O nekotoryh sposobah opredeleniya usilij regulirovaniya v vantovo-balochnyh mostah. *Vestnik Sibirskogo gosudarstvennogo universiteta putej soobshcheniya*. 2012;(28):103-108. (In Russ.)]. Ссылка активна на 16.04.2021. Доступно по: <https://elibrary.ru/item.asp?id=21089721>
3. Карлов М.А., Крисько А.А. О распределении внутренних усилий вантового моста путем регулирования усилий в вантах // Потенциал интеллектуально одаренной молодежи - развитию науки и образования. – 2017. – С. 524–527. [Karlov MA, Kris'ko AA. O raspredelenii vnutrennih usilij vantovogo mosta putem regulirovaniya usilij v vantah. *Potencial intellektual'no odarennoj molodezhi - razvitiyu nauki i obrazovaniya*. 2017;524-527. (In Russ.)]. Ссылка активна на 16.04.2021. Доступно по: <https://elibrary.ru/item.asp?id=29126406>
4. Раззаков С.Р., Раззаков Н.С., Ахмадиёров У.С., Хуррамов Х.К. Деформированное состояние предварительно напряженных двухпоясных вантовых покрытий при симметричных и односторонних загрузениях // Лолейтовские чтения-150. Современные методы расчета железобетонных и каменных конструкций по предельным состояниям. – 2018. – С. 351–356. [Razzakov SR, Razzakov NS, Ahmadiyurov US, Hurrarov HK. Deformirovannoe sostoyanie predvaritel'no napryazhennyh dvuhpoyasnyh vantovyh pokrytij pri simmetrichnyh i odnostoronnih zagruzheniyah. "Lolejtovskie chteniya-150". *Sovremennye metody rascheta zhelezobetonnyh i kamennyh konstrukcij po predel'nyum sostoyaniyam*. 2018;351-356. (In Russ.)]. Ссылка активна на 16.04.2021. Доступно по: <https://elibrary.ru/item.asp?id=37190732>
5. Дороган А.С. Вантово-висячие мосты с прямолинейными вантами. Часть 1 // Строительная механика и расчет сооружений. – 2012. – № 5 (244). – С. 2–9. [Dorogan AS. Vantovo-visyachie mosty s pryamolinejnymi vantami. CHast' 1. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzhenij*. 2012;(5(244)):2-9. (In Russ.)]. Ссылка активна на 16.04.2021. Доступно по: <https://elibrary.ru/item.asp?id=18173969>
6. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет деформаций и усилий в плоской вантовой ферме // Механизация строительства. – 2018. – № 1. – С. 29–33. [Kirsanov MN. Analiticheskiy raschet deformacij i usilij v ploskoj vantovoj ferme. *Mekhanizaciya stroitel'stva*. 2018;(1):29-33. (In Russ.)]. Ссылка активна на 16.04.2021. Доступно по: <https://elibrary.ru/item.asp?id=32574765>
7. Хоанг А.З. Определение растягивающих усилий в кабелях вантовых систем // Наука и техника в дорожной отрасли. – 2016. – № 2 (76). – С. 25–27. [Hoang AZ. *Opredelenie rastyagivayushchih usilij v kabelyah vantovyh sistem*. *Nauka i tekhnika v*

- dorozhnoj otrasli. 2016;(2(76)):25-27. (In Russ.)). Ссылка активна на 16.04.2021. Доступно по: <https://elibrary.ru/item.asp?id=26289980>
8. Козьмин Н.А. Определение усилий регулирования для вантового пролетного строения пешеходного моста, сооружаемого на временных опорах // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. – 2011. – № 4 (33). – С. 187–197. [Koz'min NA. Opredelenie usilij regulirovaniya dlya vantovogo proletnogo stroeniya peshekhodnogo mosta, sooruzhaemogo na vremennyh oporah. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arhitekturno-stroitel'nogo universiteta*. 2011;(4 (33)):187-197. (In Russ.)). Ссылка активна на 16.04.2021. Доступно по: <https://elibrary.ru/item.asp?id=17111403>
  9. Уласевич В.П. Статический расчет гибких стержневых систем сложной геометрической структуры методом деформаций // Вестник брестского государственного технического университета. Строительство и архитектура. – 2018. – № 1 (109). – С. 73–77. [Ulasevich VP. Statcheskij raschet gibkih sterzhnevyyh sistem slozhnoj geometricheskoj struktury metodom deformatsij. *Vestnik brestskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*. Stroitel'stvo i arhitektura. 2018;(1 (109)):73-77. (In Russ.)). Ссылка активна на 16.04.2021. Доступно по: <https://elibrary.ru/item.asp?id=37331830>
  10. Дороган А.С. Ретроспектива вантово-висячих мостов повышенной аэродинамической устойчивости // Известия ТРАНССИБА. – 2017. – № 1 (29). – С. 105–111. [Dorogan AS. Retrospektiva vantovo-visyachih mostov povyshennoj aerodinamicheskoy ustojchivosti. *Izvestiya TRANSSIBA*. 2017;(1(29)):105-111. (In Russ.)). Ссылка активна на 16.04.2021. Доступно по: <https://elibrary.ru/item.asp?id=29411227>
  11. Фарниева М.В. Усилия в покрытиях с радиальной системой вант // Молодежный научный форум. – 2019. – С. 77–82. [Farnieva MV. Usiliya v pokrytyayah s radial'noj sistemoy vant. *Molodezhnyj nauchnyj forum*. 2019;77-82. (In Russ.)). Ссылка активна на 16.04.2021. Доступно по: <https://nauchforum.ru/studconf/science/31/46078>
  12. Яшнов А.Н., Чаплин И.В., Быкова Н.М., Баранов Т.М. Мониторинг усилий натяжения вант виноградовского моста через протоку татышева в г. Красноярске по частотам их собственных колебаний // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2017. – № 4 (68). – С. 135–141. [Yashnov AN, SChaplin IV, Bykova NM, Baranov TM. Monitoring usilij natyazheniya vant vinogradovskogo mosta cherez protoku tatyшева v g. Krasnoyarske po chastotam ih sobstvennyh kolebanij. *Vestnik Rostovskogo gosudarstvennogo universiteta putej soobshcheniya*. 2017;(4(68)):135-141. (In Russ.)). Ссылка активна на 16.04.2021. Доступно по: <https://elibrary.ru/item.asp?id=32274160>
  13. Мироненко Е.Д., Бабичев А.А., Склезнев А.А. К вопросу обеспечения натяжения вант композитного бака высокого давления космического аппарата // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. – 2019. – № 1 (43). – С. 66–70. [Mironenko ED, Babichev AA, Skleznev AA. K voprosu obespecheniya natyazheniya vant kompozitnogo baka vysokogo davleniya kosmicheskogo apparata. *Vestnik NPO im. S.A. Lavochkina*. 2019;(1(43)):66-70. (In Russ.)). Ссылка активна на 16.04.2021. Доступно по: <https://elibrary.ru/item.asp?id=37254792>
  14. Юшков В.С., Кычкин В.И., Бармин Н.Д. Реализация диагностики и ремонта мостовых сооружений // Вестник МГСУ. – 2016. – № 6. – С. 118–125. [Yushkov VS, Kychkin VI, Barmin ND. Realizaciya diagnostiki i remonta mostovyh sooruzhenij. *Vestnik MGSU*. 2016;(6):118-125. (In Russ.)). Ссылка активна на 17.03.2021. Доступно по: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=26210458>

15. Тимофеев Д.Р., Тимофеев Д.Д. Усиление мостовых конструкций с использованием композиционных материалов // Актуальные проблемы автомобильного, железно-дорожного, трубопроводного транспорта в Уральском регионе: материалы междунар.науч.-техн. конф. (1–3 декабря 2005 г.). Пермь: ПГТУ. – 2005. – С. 45–51. [Timofeev DR, Timofeev DD. Usilenie mostovykh konstrukcij s ispol'zovaniem kompozicionnyh materialov. Aktual'nye problemy avtomobil'nogo, zhelezno-dorozhnogo, truboprovodnogo transporta v Ural'skom regione: materialy mezhdunar. nauch.-tekhn. konf. (1-3 dekabrya 2005 g.). Perm': PGTU. 2005;45-51. (In Russ.)]. Ссылка активна на 17.03.2021. Доступно по: <https://search.rsl.ru/ru/record/01002872497>

**Сведения об авторах:**

**Аверченко Глеб Александрович**, ассистент, Инженерно-строительный институт;  
eLibrary SPIN: 1707-9958; ORCID: 0000-0001-8813-545X;  
E-mail: averchenko\_ga@spbstu.ru

**Рудакова Елена Андреевна**, студент, Инженерно-строительный институт;  
ORCID: 0000-0002-2083-9714;  
E-mail: rudakova.ea@edu.spbstu.ru

**Шашко Анастасия Игоревна**, студент, Инженерно-строительный институт;  
ORCID: 0000-0002-9399-2410;  
E-mail: shashko.ai@edu.spbstu.ru

**Борисов Вячеслав Андреевич**, студент, Инженерно-строительный институт;  
eLibrary SPIN: 8054-4914; ORCID: 0000-0002-8596-7020;  
E-mail: borisov.va@edu.spbstu.ru

**Васильев Кирилл Андреевич**, студент, Инженерно-строительный институт;  
eLibrary SPIN: 8250-4609; ORCID: 0000-0002-1013-2029;  
E-mail: vasiliev2.ka@edu.spbstu.ru

**Information about the authors:**

**Gleb A. Averchenko**, assistant;  
eLibrary SPIN: 1707-9958; ORCID: 0000-0001-8813-545X;  
E-mail: averchenko\_ga@spbstu.ru

**Elena A. Rudakova**, student;  
ORCID: 0000-0002-2083-9714;  
E-mail: rudakova.ea@edu.spbstu.ru

**Anastasiya I. SHashko**, student;  
ORCID: 0000-0002-9399-2410;  
E-mail: shashko.ai@edu.spbstu.ru

**Vyacheslav A. Borisov**, student;  
eLibrary SPIN: 8054-4914; ORCID: 0000-0002-8596-7020;  
E-mail: borisov.va@edu.spbstu.ru



**Kirill A. Vasilev**, student;  
eLibrary SPIN: 8250-4609; ORCID: 0000-0002-1013-2029;  
E-mail: vasiliev2.ka@edu.spbstu.ru

**Цитировать:**

Аверченко Г.А., Васильев К.А., Рудакова Е.А. и др. Регулирование усилий в балочно-вантовых системах // Инновационные транспортные системы и технологии. – 2021. – Т. 7. – № 4. – С. 5–13. doi: 10.17816/transsyst2021745-13

**To cite this article:**

Averchenko GA, Vasilev KA, Rudakova EA, et al. Force control in girder-cable systems. *Modern Transportation Systems and Technologies*. 2021;7(4):5-13. doi: 10.17816/transsyst2021745-13