Рубрика 2. НАУЧНЫЕ И ПРАКТИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ Направление – Электротехнология и электрофизика

https://doi.org/10.17816/transsyst660869

60

### © А.В. Саушев, И.В. Белоусов, В.Ф. Самосейко, В.О. Гуськов

Государственный университет морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова (Санкт-Петербург, Россия)

## ОПТИМАЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ МНОГОФАЗНОЙ ШИРОТНО-ИМПУЛЬСНОЙ МОДУЛЯЦИИ ПО КРИТЕРИЮ ДИСПЕРСИИ ТОКА В НАГРУЗКЕ

Цель. Разработка оптимальных по критерию дисперсии тока в нагрузке алгоритмов многофазной широтно-импульсной модуляции в системе преобразователь-электродвигатель.

Материалы и методы. Для исследования процессов многофазной широтноимпульсной модуляции при частотном управлении электроприводами в системе преобразователь—электродвигатель использованы методы теории электрических цепей; предложенные алгоритмы иллюстрируются рисунками и могут быть реализованы в программной среде матричной лаборатории.

Результаты. Рассмотрен процесс многофазной широтно-импульсной модуляции в системе преобразователь—электродвигатель. Показано, что что для минимизации числа коммутаций ключей преобразователя напряжения могут быть использованы полнофазные и неполнофазные алгоритмы широтно-импульсной модуляции. Проанализированы выражения для модулирующих функций многофазных напряжений полумостов преобразователя напряжения. Получено выражение для локальной дисперсии тока в нагрузке многофазной мостовой цепи. Найдены численные значения коэффициентов смещения импульсов, позволяющие получить минимум локальной дисперсии тока для случаев полнофазной и неполнофазной многофазной широтно-импульсной модуляции. Получено выражение для оптимальной функции предмодуляции, позволяющее избежать перемодуляции при любых значениях коэффициента амплитуды при заданных ограничениях Найдено выражение для граничного коэффициента модуляции многофазного моста для синусоидальных модулирующих функций напряжения.

Заключение. Результаты могут быть использованы при разработке алгоритмов управления многофазных преобразователей напряжения в системах автоматизированного электропривода.

*Ключевые слова:* многофазная широтно-импульсная модуляция; полнофазные и неполнофазные алгоритмы; система преобразователь–электродвигатель; дисперсия тока в нагрузке; предмодуляция.

#### Как цитировать:

Саушев А.В., Белоусов И.В., Самосейко В.Ф., Гуськов В.О. Оптимальные алгоритмы многофазной широтно-импульсной модуляции по критерию дисперсии тока в нагрузке // Инновационные транспортные системы и технологии. 2025. Т. 11. № 1. С. 60–77. doi: 10.17816/transsyst660869

Rubric 2. SCIENTIFIC AND PRACTICAL DEVELOPMENTS Field – Electrotechnology and Electrophysics

## © A.V. Saushev, I.V. Belousov, V.F. Samoseiko, V.O. Guskov

Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping (St. Petersburg, Russia)

## OPTIMAL ALGORITHMS OF MULTIPHASE PULSE WIDTH MODULATION BASED ON LOAD CURRENT DISPERSION

Aim. Development of algorithms for multiphase pulse width modulation in the converter-to-electric motor system that are optimal in terms of the load current dispersion in the load.

**Materials and Methods.** To study the processes of multiphase pulse width modulation in frequency control of electric drives in the converter-to-electric motor system, methods of electrical circuit theory are used; the proposed algorithms are illustrated by figures and can be implemented in the MATLAB software environment.

**Results.** We considered the process of multiphase pulse width modulation in the converter-to-electric motor system. We demonstrated that full-phase and non-fullphase pulse width modulation algorithms can be used to minimize the number of switching operations of voltage switch converter keys. We analyzed expressions for modulating functions of multiphase voltages of half-bridges of voltage switch converters. We produced an expression for the local dispersion of the load current of a multiphase bridge circuit. We found numerical values of the pulse displacement coefficients which make it possible to obtain a minimum value of local current dispersion for cases of full-phase and nonfull-phase multiphase pulse width modulation. We produced an expression for the optimal pre-modulation function, which allows us to avoid over-modulation at any values of the amplitude coefficient under given restrictions. We found an expression for the cutoff modulation coefficient of a multiphase bridge for sinusoidal modulating voltage functions.

**Conclusion.** The results can be used for development of control algorithms for multiphase voltage switch converters in automated electric drive systems.

*Keywords:* multiphase pulse width modulation; full-phase and non-full-phase algorithms; converter-to-electric motor system; load current dispersion; pre-modulation.

### To cite this article:

61

Saushev AV, Belousov IV, Samoseiko VF, Guskov VO. Optimal algorithms of multiphase pulse width modulation based on load current dispersion. *Modern Transportation Systems and Technologies*. 2025;11(1):60–77. doi: 10.17816/transsyst660869

## введение

Необходимость модуляции многофазного напряжения появляется при питании потребителей большой мощности [1–5]. Такая необходимость особенно актуальна для транспортных электромеханических систем, основу которых составляют электроприводы. При этом, в большинстве случаев, для управления электроприводами применяются системы частотного скалярного и векторного управления, построенные на основе широтно-импульсной модуляции (ШИМ), а в качестве преобразователей электрической энергии используются импульсные (электронноключевые) преобразователи напряжения [6–10]. Широкое применение многофазные преобразователи находят в судовом и корабельном электроприводе при синтезе структуры систем электродвижения [5, 11]. Важнейшее значение при разработке гребных электроприводов имеют задачи синтеза оптимальных по заданному критерию алгоритмов управления гребным электроприводом. От выбора алгоритма управления во многом зависят энергетические и эксплуатационные показатели качества главной энергетической установки судна. При этом с ростом энерговооруженности судов роль алгоритмов управления становится все более важной.

В работе [12] установлено, что основным показателем, определяющим качество модуляции в системе преобразовательэлектродвигатель, является дисперсия тока. Важным показателем качества является также число коммутаций ключевых элементов преобразователя, которые определяют потери энергии. Для уменьшения этого показателя на практике применяют неполнофазную широтноимпульсную модуляцию (Н-ШИМ) [1, 8–10, 13–15].

Алгоритмы многофазной модуляции напряжения реализуются на многофазных электронно-ключевых мостах, состоящих в общем случае из *m* полумостов. Схема *m*-фазного электронно-ключевого моста представлена на Рис. 1. В схеме присутствует *m* верхних ключей и *m* нижних ключей. Узлы полумостов, в которых соединяются верхний и нижний ключи, будем нумеровать X = 1, 2, ..., m. Потенциал  $\phi_N$ узла *N* принят за ноль. Потенциал  $\phi_M$  узла M равен напряжению звена постоянного тока преобразователя  $U_d$ . Нагрузка подключается к узлам X = 1, 2, ..., m.

Целью настоящей статьи является разработка аналитических алгоритмов оптимального формирования полнофазной широтноимпульсной модуляции (П-ШИМ) и Н-ШИМ по критерию дисперсии



**Рис. 1.** Схема *m*-фазного электронно-ключевого моста **Fig. 1.** The scheme of the *m*-phase electronic key bridge

тока в *m*-фазной нагрузке, в качестве которой выступает приводной электродвигатель. Для решения этой задачи необходимо сформировать модулирующие функции многофазных напряжений на нагрузке.

# МОДУЛИРУЮЩИЕ ФУНКЦИИ МНОГОФАЗНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В СИСТЕМЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ-ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЬ

Модулирующие функции *m*-фазных напряжений, как правило, являются периодическими функциями, относительное значение периода которых существенно превышает период модуляции. Относительное значение частоты модуляции  $f^*$  фактически является периодом модулирующего напряжения, выраженным в числе периодов модуляции, и обычно превышает значение 10. Понятие числа фаз моста не совпадает с понятием числа фаз модулируемого напряжения при m = 2. Обычно полагается, что двухфазный мост (из двух полумостов) синтезирует импульсное однофазное напряжение. При m > 2 *m*-фазный мост может питать модулированным напряжением *m*-фазную нагрузку.

При нечетном числе фаз периодические модулирующие функции m-фазных напряжений полагаются симметричными функциями. Их фазные углы сдвинуты между собой на угол  $\rho = 2 \cdot \pi/m$ , называемый углом фазового сдвига. Амплитуды фазных напряжений у всех фаз одинаковы. Отношение минимальных амплитуд межфазных напряжений к фазным амплитудам напряжений

$$k_{\min} = 2 \cdot \sin\left(\frac{\rho}{2}\right).$$

Отношение максимальных амплитуд межфазных напряжений к фазным амплитудам напряжений

$$k_{\max} = 2 \cdot \cos\left(\frac{\rho}{4}\right). \tag{1}$$

При  $m \to \infty$  значение  $k_{\min} \to 0$ , а  $k_{\max} \to 2$ .

Если модулирующие функции являются синусоидальными функциями времени, то:

$$g_X = \frac{a}{k_{\max}} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \tau}{f^*} - (X - 1) \cdot \rho\right), \tag{2}$$

где  $g_X$  – модулирующие функции; X = 1, 2, ..., m; a – коэффициент амплитуды модуляции напряжения.

Запишем выражение для приращения модулирующих функций на периоде ШИМ:

$$\Delta g_X = \frac{\partial g_X}{\partial \tau} = -\frac{a \cdot 2 \cdot \pi}{k_{\max} \cdot f^*} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \tau}{f^*} - (X - 1) \cdot \rho\right). \tag{3}$$

Для симметричных модулирующих функций m-фазных напряжений выполняются условия:

$$\sum_{X=1}^{m} g_X = 0; \ \sum_{X=1}^{m} \Delta g_X = 0.$$

На комплексной плоскости {1, j} введем фазовые оси

 $\dot{e} = \exp(j \cdot (X - 1) \cdot \rho),$ 

где *j* – мнимая единица. Тогда следующая сумма векторов

$$\sum_{X=1}^{m} g_X \cdot \dot{e} = \frac{m}{2} \cdot \frac{a \cdot 2 \cdot \pi}{k_{\max} \cdot f^*} \cdot \exp\left(j \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot \tau}{f^*}\right),$$

образует на комплексной плоскости  $\{1, j\}$  вращающийся вектор с угловой скоростью  $2 \cdot \pi \cdot \tau / f^*$ . Скорость вращения вектора может регулироваться путем изменения относительной частоты  $f^*$ , а его длина – путем изменения коэффициента амплитуды a.

При четном числе фаз модуляция фазных напряжений имеет свои особенности. При угле фазового сдвига  $\rho = 2 \cdot \pi/m$  модуляция фазных напряжений с четным числом фаз выполняется на электронно-ключевых *m*-фазных мостах таких же, как и модуляция фазных напряжений

с нечетным числом фаз. Модулирующие функции на комплексной плоскости  $\{1, j\}$  также образуют вращающиеся векторы. В этом случае с позиций модуляции фазных напряжений нет методологических отличий. Однако следует заметить, что  $2 \cdot m$ -фазной электронно-ключевой преобразователь, будет эквивалентен формированию m-фазной системы напряжений с углом фазового сдвига  $\rho = \pi/m$ . Это следует из векторной диаграммы фазных напряжений, приведенной для m = 4 на Рис. 2.

Из данного рисунка следует, что модулирующие функции фаз  $g_1, g_3$ и  $g_2, g_4$  будут работать в электрической машине как две эквивалентные фазы. Для того чтобы каждая фаза работала самостоятельно, периодические модулирующие функции m-фазных напряжений  $g_X$  должны быть одинаковыми и смещенными на угол фазового сдвига  $\rho = \pi/m$ . В этом случае сумма модулирующих фазных напряжений

$$\sum_{X=1}^m g_X \neq 0.$$

Схемная реализация модуляции четного и нечетного числа функций  $g_X$  при угле фазового сдвига  $\rho = \pi/m$  различаются. Например, при m = 2 модулированные напряжения могут быть реализованы на электронно-ключевых схемах, приведенных на Рис. 3.

Модулирующие функции полумостов в схеме на Рис. 3, а определятся выражениями

$$\gamma_1 = \frac{1}{2} + g_1; \ \gamma_2 = \frac{1}{2} + g_2.$$



**Рис. 2.** Векторная диаграмма фазных напряжений при угле фазового сдвига ρ = 2·π/*m* и *m* = 4

**Fig. 2.** Vector diagram of phase voltages at the phase shift angle  $\rho = 2 \cdot \pi/m$  and m = 4

65



**Рис. 3.** Схемы модуляции двухфазных напряжений на: *a*) трехуровневом двухфазном мосту; *b*) двухуровневом трехфазном мосту

Fig. 3. Two-phase voltage modulation schemes on: *a*) a three-level two-phase bridge; *b*) a two-level three-phase bridge

Модулирующие функции полумостов в схеме на Рис. 3, b, определятся выражениями:

$$\gamma_0 = \frac{1}{2} + g_1 + g_2; \ \gamma_2 = \frac{1}{2} + g_1; \ \gamma_1 = \frac{1}{2} + g_2.$$

С технической точки зрения реализация таких электронно-ключевых схем не целесообразна. Если четное число фаз  $m \neq 2^n$ , то целесообразно использовать комбинации мостовых схем с нечетным числом фаз, где n = 1, 2, .... Так, например, если  $m = 6 \cdot n$ , то модуляцию фазных напряжений целесообразно вести n трехфазными мостами со сдвигом фаз между ними на угол  $\rho = \pi/m$ . Например, если m = 14, то модуляцию фазных напряжений целесообразно вести двумя семифазными мостами со сдвигом фаз между ними на угол  $\rho = \pi/14$ .

Таким образом, модуляцию *m*-фазных напряжений целесообразно вести при угле фазового сдвига  $\rho = 2 \cdot \pi/m$ . Если требуется реализовать модулированную систему напряжений с четным числом фаз, то ее следует синтезировать путем комбинации мостов с нечетным числом фаз.

# ОПТИМАЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ МНОГОФАЗНОЙ ПОЛНОФАЗНОЙ ШИМ ПО КРИТЕРИЮ ДИСПЕРСИИ ТОКА В НАГРУЗКЕ

Каждый из *т* полумостов (Рис. 1) имеет две управляющие переменные. Таким образом, число управляющих переменных, для трехфазной системы межфазных напряжений, равно  $2 \cdot m$ . Число межфазных напряжений, которые должны быть синтезированы путем ШИМ, равно m. Однако, сумма этих напряжений всегда равна нулю. Следовательно, межфазные напряжения связаны между собой. Таким образом, число заданных переменных управления будет равно m - 1, а число степеней свободы, которые позволяют реализовать эти напряжения равно m + 1.

Так как обычно необходимо сформировать синусоидальную систему токов в нагрузке, то минимизация интегральной дисперсии токов, как уже отмечалось ранее, влечет за собой минимизацию состава высших гармоник токов нагрузки.

Управление полумостами осуществляется так, что в процессе функционирования моста в каждый момент времени замкнут нижний ключ или верхний ключ. Для каждого из полумостов *X* на основе работы [12] можно задать коммутационные функции  $\chi_X$  ключевых элементов:

$$\chi_{X} = 1\left(\frac{\gamma_{X}}{2} + \frac{1}{2} + \Delta\alpha_{X} - \phi\right) \cdot 1\left(\frac{\gamma_{X}}{2} - \frac{1}{2} - \Delta\alpha_{X} + \phi\right),$$

где  $\gamma_X$  – модулирующая функция полумоста;  $\Delta \alpha_X$  – коэффициент смещения импульса относительно центра интервала модуляции;  $\varphi$  – левосторонняя периодическая пилообразная функция. Если  $\chi_X = 1$ , то включен верхний ключ полумоста X, а если  $\chi_X = 0$  – включен нижний ключ.

Каждый из ключей коммутируется на интервале ШИМ не более одного раза. Коэффициенты смещения импульсов  $\Delta \alpha_X$  и модулирующие функции  $\gamma_X$  являются управляющими переменными ключей полумостов X = 1, 2, ..., m. Таким образом, задачей синтеза алгоритма управления является определение управляющих переменных ключей  $\Delta \alpha_X$ ,  $\gamma_X$  по критерию минимума дисперсии тока в *m*-фазной нагрузке моста.

**Оптимальная функция предмодуляции.** Пусть заданы функции *g<sub>X</sub>*, для которых выполняются условия:

$$\sum_{X=1}^{m} g_X = 0; \ \sum_{X=1}^{m} \Delta g_X = 0.$$
 (4)

Модулирующие функции  $\gamma_X$  можно записать в виде:

$$\gamma_X = \frac{1}{2} + g_X - g_0, \tag{5}$$

где  $g_0$  – функция предмодуляции *m*-фазного моста.

67

Модулирующие функции межфазных напряжений

$$g_{XY} = \gamma_X - \gamma_Y = g_X - g_Y$$

не зависят от функции предмодуляции  $g_0$ . Следовательно, эта функция может быть выбрана так, чтобы обеспечить минимум дисперсии тока в нагрузке. Для числа фаз m = 3 функция предмодуляции согласно работе [12] определяется выражением:

$$g_0 = g_0^{O} = \frac{3}{2} \cdot \frac{g_A \cdot g_B \cdot g_C}{g_A^2 + g_B^2 + g_C^2}.$$

Пусть m = 4. Запишем выражение для локальной дисперсии тока в нагрузке  $D_{XY}$  на временном отрезке, где g1 > g2 > g3 > g4:

$$D_{XY} = \frac{D_{12} + D_{13} + D_{14} + D_{23} + D_{24} + D_{34}}{4}.$$
 (6)

На основании работы [12]:

68

$$D_{XY} = \int_{0}^{1} (j_{XY}^{*}(\phi) - i_{XY}^{*}(\phi))^{2} \cdot d\tau,$$

где  $j_{XY}^*$  – относительный ток, порождаемый модулирующей функцией линейного напряжения  $g_{XY}$ ;  $i_{XY}^*$  – относительный ток, порождаемый модулированной функцией линейного напряжения  $\chi_{XY}$ ; X, Y = 1, 2, 3, 4.

Подставляя выражение (5) в формулу (6) получим дисперсии тока в виде функции  $D_{XY} = D_{XY}(g1, g2, g3, g4, g0)$ . Нетрудно показать, что минимум дисперсии тока  $D_X Y(g1, g2, g3, g4, g0)$  определяется выражением

$$g_0 = \frac{m}{2} \cdot \sum_{X=1}^m g_X^3 / \sum_{X=1}^m g_X^2, \qquad (7)$$

где *т* – число фаз, равное 4.

Обобщим формулу (7) для оптимальной по критерию дисперсии тока в нагрузке функции предмодуляции на произвольное число фаз *m*.

Если 
$$m \neq 3$$
 и  $\sum_{X=1}^{m} g_X = 0$ , то  $\sum_{X=1}^{m} g_X^{3} = 0$ . Следовательно, при  $m \neq 3$ 

оптимальная функция предмодуляции  $g_0 = 0$ . При m = 3, как показано

в работе [12], оптимальная функция предмодуляции определяется выражением

$$g_0 = g_0^{O} = \frac{3}{2} \cdot \frac{g_A \cdot g_B \cdot g_C}{g_A^2 + g_B^2 + g_C^2},$$

а коэффициенты смещения импульсов между полумостами, при которых локальная дисперсия тока принимает минимальное значение, при учете выполнения условий (4) могут быть найдены из формулы:

$$\Delta \alpha_X = \frac{11}{96} \cdot \Delta g_X. \tag{8}$$

Эти коэффициенты определяют локальную дисперсию токов в нагрузке (6), которая близка к минимальному значению.

Для синусоидальных модулирующих функций напряжений (2), граничный коэффициент модуляции *m*-фазного моста при  $g_0 = 0$  будет определяться выражением:

$$z_{(1)} = \cos\left(\frac{\pi}{2 \cdot m}\right) < 1, \qquad (9)$$

где *т* – число фаз электронно-ключевого моста.

Граничное значение коэффициента амплитуды при  $m \to \infty$  стремится к единице. Так при  $m = 5 z_{(1)} = 0,951$ , а при  $m = 7 z_{(1)} = 0,975$ . Значения  $a > z_{(1)}$  ведут к перемодуляции и увеличению дисперсии тока из-за искажения модулирующих функций напряжений. Так как граничный коэффициент модуляции меньше единицы, то полное использование напряжения источника питания в алгоритме ШИМ при функции предмодуляции  $g_0 = 0$  невозможно.

# АЛГОРИТМ МНОГОФАЗНОЙ ПОЛНОФАЗНОЙ ШИМ С ПОЛНЫМ ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НАПРЯЖЕНИЯ ИСТОЧНИКА ПИТАНИЯ

Функция предмодуляции является свободной переменной и определяет многообразие алгоритмов модуляции. Функция предмодуляции (7) определяет алгоритм модуляции с минимальной дисперсией тока. Получим функцию передмодуляции, которая позволяет полностью использовать модулируемое напряжение *m*-фазного моста и избежать режима перемодуляции при значениях коэффициента амплитуды  $a \leq 1$ .

Для устранения явления перемодуляции введем ограничения на модулирующие функции полумостов

$$0 \le \gamma \mathbf{X} \le 1. \tag{10}$$

Упорядочим модулирующие функции полумостов на интервале ШИМ:

$$0 \le \gamma_{X(1)} \le \gamma_{X(2)} \le \dots \le \gamma_{X(m)} < 1,$$

где X(1), X(2), ..., X(m) – новые имена полумостов X = 1, 2, ..., m.

При этом их минимальное  $\gamma_{X(1)}$  и максимальное  $\gamma_{X(m)}$  значения:

$$\gamma_{X(1)} = \frac{1}{2} + g_{X(1)} - \gamma_0 = 0; \ \gamma_{X(m)} = \frac{1}{2} + g_{X(m)} - \gamma_0 = 1.$$

Складывая эти два равенства, получим:

$$1 + g_{X(1)} + g_{X(m)} - 2 \cdot g_0 = 1$$
,

где  $g_0 = 1/2 - \gamma_0 - функция предмодуляции; \gamma_0 - нулевая потенциальная функция.$ 

Из условия выполнения неравенства (10) получим:

$$g_0 == \frac{g_{X(1)} + g_{X(m)}}{2} = \frac{\min_{X=1,\dots,m} \{g_X\} + \max_{X=1,\dots,m} \{g_X\}}{2}.$$
 (11)

Минимальное значение определится из условия:

$$\gamma_{X(1)} = \frac{1}{2} + g_{X(1)} - g_0 = \frac{1 + g_{X(1)} - g_{X(m)}}{2}.$$
 (12)

Максимальное значение определится из условия:

$$\gamma_{X(m)} = \frac{1}{2} + g_{X(m)} - g_0 = \frac{1 + g_{X(1)} - g_{X(m)}}{2}.$$
 (13)

Функция предмодуляции (11) исключает возникновение режима перемодуляции, но не является оптимальной по критерию дисперсии тока.

Вид модулирующих функций полумостов пятифазного моста с функцией предмодуляции (11), приведен на Рис. 4.

# АЛГОРИТМЫ МНОГОФАЗНОЙ НЕПОЛНОФАЗНОЙ ШИМ

Получим выражение для функции предмодуляции, которое минимизирует число коммутаций ключей *m*-фазного моста. Полумосты,



**Рис. 4.** Модулирующие функции потенциалов полумостов 5-фазного моста при *a* =1 с функцией предмодуляции (11)

Fig. 4. Modulating functions of the half-bridge potentials of a 5-phase bridge at a = 1 with a premodulation function (11)

из которых состоит m-фазный мост, будем нумеровать X = 1, 2, ..., m. Модулирующие функции фазных напряжений  $g_X$ :

$$g_{X(1)} > g_{X(2)} > \dots > g_{X(m)}.$$
 (14)

Алгоритм ШИМ с включением верхних ключей полумостов. Неравенства (14) разобьем на m групп по два в каждой, в которых модулирующие функции фазных напряжений  $g_X$  имеют максимальные значения. Положим, что имеет место первая группа неравенств, в которой наибольшая модулирующая функция напряжения

$$g_{X(1)} = \max(g_X)_{X=1,2,\dots,m}.$$
 (15)

Пусть  $\chi_{X(1)} = 1$  и включен верхний ключ полумоста X(1). На основании выражения (5) получим:

$$\gamma_{X(1)} = \frac{1}{2} + g_{X(1)} - \gamma_0 = 1. \ 1 > \gamma_{X(2)} > \ldots > \gamma_{X(m)}.$$

Таким образом, пока выполняется равенство (15), возможна модуляция межфазных напряжений  $g_{XY}$ , где X, Y = 1, 2, ..., m. При этом верхний ключ полумоста X(1) будет все время включен. Общее число N включений ключей полумостов за период модулирующих функций фазных и межфазных напряжений:  $N = 2 \cdot f^* + m$ .

Алгоритм ШИМ с включением нижних ключей полумостов. Неравенства (14) разобьем на *m* групп по два в каждой, в которых

модулирующие функции фазных напряжений  $g_X$  имеют минимальные значения. Положим, что имеет место первая группа неравенств, в которой наименьшая модулирующая функция напряжения

$$g_{X(m)} = \min\{g_X\}_{X=1,2,\dots,m}.$$
 (16)

Будем считать, что  $\chi_{X(1)} = 0$  и включен верхний ключ полумоста X(m). На основании выражения (5) получим:

$$\gamma_{X(m)} = \frac{1}{2} + g_{X(m)} - \gamma_0 = 0.$$

Откуда функция предмодуляции:

$$g_0 = g_{X(1)} + \frac{1}{2}.$$

Поскольку  $\gamma_{X(m)} = 0$ , то выполняются неравенства  $\gamma_{X(1)} > \gamma_{X(2)} > ... > 0$ .

Следовательно, до тех пор, пока выполняется равенство (16), возможна модуляция межфазных напряжений  $g_{XY}$ , где X, Y = 1, 2, ..., m. При этом нижний ключ полумоста X(m) будет все время включен. В данном случае  $N = 2 \cdot f^* + m$ .

Алгоритм ШИМ с чередованием включения верхних и нижних ключей полумостов. Данный алгоритм следует использовать с целью обеспечения равномерного нагрева и, как следствие, износа ключевых элементов.

Пусть заданы модулирующие функции фазных напряжений  $g_X = g_X(\tau)$ . Сформируем булеву функцию  $x_0$ , которая будет определять очередность включенного состояния ключей мостовой схемы (Рис. 1):

$$x_0(\beta) = l(\prod_{X=1}^{m} g_X(\tau - \beta)),$$
 (17)

где т – относительное время; <br/>  $\beta$  – параметр сдвига булевой функции.

Используя данную функцию, запишем функцию предмодуляции:

$$g_{0}(\beta) = \begin{pmatrix} 1/2 - x_{0}(\beta) + x_{0}(\beta) \cdot \max\{g_{X}\}_{X=1,2,\dots,m} + \\ + (1 - x_{0}(\beta)) \cdot \min\{g_{X}\}_{X=1,2,\dots,m} \end{pmatrix}.$$
 (18)

Подстановка в формулу (18) булевой функции x<sub>0</sub>(β) определяет функцию предмодуляции g<sub>0</sub>. При этом:

$$\gamma_X = \frac{1}{2} + g_X - \gamma_0(\beta) \,.$$

Можно показать, что меньшую дисперсию тока обеспечивает алгоритм модуляции со значением  $\beta = \pm f^*/(4 \cdot m)$ . Число коммутаций ключей полумостов за период межфазных напряжений  $N = 2 \cdot (f^* + m)$ .

Для уменьшения числа коммутаций N при наличии датчиков нагрева ключей целесообразно чередовать включение верхних и нижних ключей по их тепловому состоянию. Если наблюдается больший нагрев верхних ключей, то следует использовать алгоритм с включением нижних ключей полумостов. Минимизации коммутаций будет иметь место при значении

$$\chi_X = 1 \left( \phi - \frac{1 - \gamma_X}{2} + \Delta \alpha_X \right) \cdot 1 \left( \frac{1 + \gamma_X}{2} + \Delta \alpha_X - \phi \right),$$

где Δα<sub>X</sub> – коэффициент смещения импульса (8); φ – левосторонняя периодическая пилообразная функция относительного времени τ.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработаны оптимальные по критерию дисперсии тока в нагрузке аналитические алгоритмы многофазной широтно-импульсной модуляции. Рассмотрены варианты полнофазной и неполнофазной модуляции. Получено выражение для оптимальной функции предмодуляции, позволяющей избежать перемодуляции при любых значениях коэффициента амплитуды при заданных ограничениях.

Выполненные исследования позволяют синтезировать оптимальные по энергетическим показателям системы управления электроприводами с импульсными преобразователями напряжения большой мощности, для которых все шире применяются многоуровневые схемы преобразователей, позволяющие коммутировать большие токи, протекающие в системе преобразователь-электродвигатель.

#### Авторы заявляют что:

73

- 1. У них нет конфликта интересов;
- 2. Настоящая статья не содержит каких-либо исследований с участием людей в качестве объектов исследований.

#### The authors state that:

- 1. They have no conflict of interest;
- 2. This article does not contain any studies involving human subjects.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. Баховцев И.А., Зиновьев Г.С. Обобщенный анализ выходной энергии многофазных многоуровневых инверторов напряжения с широтно-импульсной модуляцией // Электричество. 2016. № 4. С. 26–33. EDN: WALPQZ
- 2. Терешкин В.М., Аитов И.Л., Сергеев Н.А. Исследование алгоритмов управления многофазных мостовых преобразователей // Электротехника. 2020. № 6. С. 17–23. EDN: UNKUKN
- 3. Шевцов Д.А., Полетаев А.С. Многофазные широтно-импульсные модуляторы для устройств с многоканальным принципом преобразования электроэнергии // Вестник Московского авиационного института. 2018. Т. 25, № 1. С. 180–189. EDN: YSPCXO
- 4. Олещук В.И., Ермуратский В.В. Многоуровневые преобразователи с симметричным выходным напряжением для мощного шестифазного транспортного электропривода // Проблемы региональной энергетики. 2015. № 1 (27). С. 27–34. EDN: TUGLIP
- Гельвер Ф.А., Белоусов И.В., Самосейко В.Ф. Способы повышения качества синтезируемого напряжения каскадного преобразователя частоты // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Электротехника, информационные технологии, системы управления. 2020. № 1. С. 21–45. EDN: YERANS doi: 10.15593/2224-9397/2020.1.02
- Hava A.M., Çetin N.O. A Generalized Scalar PWM Approach with Easy Implementation Features for Three-Phase, Three-Wire Voltage-Source Inverters // IEEE Transactions on Power Electronics. 2010. Vol. 26, N. 5. P. 1385–1395. doi: 10.1109/TPEL.2010.2081689
- Mao X., Ayyanar R., Krishnamurthy H.K. Optimal variable switching frequency scheme for reducing switching loss in single-phase inverters based on time-domain ripple analysis // IEEE Transactions on Power Electronics. 2009. Vol. 24. N. 4. P. 991–1001. doi: 10.1109/TPEL.2008.2009635
- 8. Климов В. Частотно-энергетические параметры шим-инверторов систем бесперебойного питания // Силовая электроника. 2009. № 22. С. 66–71. EDN: MVRVPN
- Madhavi R., Harinath C. Investigation of various space vector pwm techniques for inverter // International Journal of Engineering Research and Management (IJERM). 2014. Vol. 1, N. 7. P. 162–165. Дата обращения: 09.03.2024. Режим доступа: https://www.ijerm.com/download\_data/IJERM0110071.pdf
- Дмитриев Б.Ф., Галушин С.Я., Лихоманов А.М., Розов А.Ю. Трехфазная синусоидальная модифицированная широтно-импульсная модуляция первого рода в автономных инверторах // Морской вестник. 2017. Т. 61. С. 69–72. EDN: YHDFBJ
- Птах Г.К. Сравнительная оценка электрических двигателей переменного тока асинхронного и синхронного типов с целью применения их в гребных электроустановках ледоколов большой мощности // Известия высших учебных заведений // Электромеханика. 2019. Т. 62, № 5. С. 24–30. EDN: ISPZZZ doi: 10.17213/0136-3360-2019-5-24-30

- Белоусов И.В., Самосейко В.Ф., Саушев А.В. Оптимальная широтно-импульсная модуляция в системе управления электроприводом // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова. 2022. № 3(14). С. 463–471. doi: 10.21821/2309-5180-2022-14-3-463-471
- Hava A.M., Kerkman R.J., Lipo T.A. A High Performance Generalized Discontinuous PWM Algorithm // IEEE Transactions on Industry applications. 1998. Vol. 34, N. 5. P. 1059–1071. doi: 10.1109/28.720446
- Чаплыгин Е.Е., Хухтиков С.В. Широтно-импульсная модуляция с пассивной фазой в трехфазных инверторах напряжения // Электричество. 2011. № 5. С. 53–61. EDN: NRBWQP
- 15. Саушев А.В., Белоусов И.В., Бова Е.В., Румянцев А.Ю. Неполнофазные алгоритмы широтно-импульсной модуляции трехфазных напряжений в системах частотного управления электроприводами // Инновационные транспортные системы и технологии. 2024. Т. 10, № 2. С. 231–246. doi: 10.17816/transsyst628299

## REFERENCES

- Bakhovtsev IA, Zinoviev GS. Generalized analysis of the output energy of multiphase multilevel voltage inverters with pulse-width modulation. *Electricity*. 2016;4:26–33. (In Russ.) EDN: WALPQZ
- 2. Tereshkin VM, Aitov IL, Sergeev NA. Study of control algorithms of multiphase bridge converters. *Jelektrotehnika*, 2020;1:17–23. (In Russ.) EDN: UNKUKN
- 3. Shevcov DA, Poletaev AS. Multiphase pulse-width modulators for devices with a multi-channel principle of electric power conversion. *Vestnik Moskovskogo aviacionnogo instituta*, 2018;1(25):1–5. (In Russ.) EDN: UNKUKN
- Oleshhuk VI, Ermuratskij VV. Multilevel converters with symmetrical output voltage for powerful six-phase transport electric drive. *Problemy regional'noj jenergetiki*. 2015;1(27):27–34. (In Russ.) EDN: TUGLIP
- 5. Gel'ver FA, Belousov IV, Samosejko VF. Methods for improving the quality of the synthesized voltage of a cascade converter of a part. *Vestnik Permskogo nacional'nogo issledovatel'skogo politehnicheskogo universiteta. Jelektrotehnika, informacionnye tehnologii, sistemy upravlenija.* 2020;1:21–45. (In Russ.) EDN: YERANS doi: 10.15593/2224-9397/2020.1.02
- 6. Hava AM, Çetin NO. A Generalized Scalar PWM Approach with Easy Implementation Features for Three-Phase, Three-Wire Voltage-Source Inverters. *IEEE Transactions on Power Electronics*. 2010;26(5):1385–1395. doi: 10.1109/TPEL.2010.2081689
- 7. Mao X, Ayyanar R, Krishnamurthy HK. Optimal variable switching frequency scheme for reducing switching loss in single-phase inverters based on time-domain ripple analysis. *IEEE Transactions on Power Electronics*. 2009;24(4):991–1001. doi: 10.1109/TPEL.2008.2009635
- Klimov V. Chastotno-energeticheskie parametry shim-invertorov sistem bespereboinogo pitaniya. *Silovaya elektronika*. 2009;22:66–71. (In Russ.) [cited: 09.03.2023] Available from: https://power-e.ru/wp-content/uploads/2009\_4\_66.pdf

- Madhavi R, Harinath C. Investigation of various space vector pwm techniques for inverter. *International Journal of Engineering Research and Management (IJERM)*. 2014;1(7):162–165. [cited: 09.03.2023] Available from: https://www.ijerm.com/ download data/IJERM0110071.pdf
- 10. Dmitriev BF, Galushin SYa, Likhomanov AM, Rozov AYu. Trekhfaznaya sinusoidal'naya modifitsirovannaya shirotno-impul'snaya modulyatsiya pervogo roda v avtonomnykh invertorakh. *Morskoi vestnik*. 2017;1(61):69–72. (In Russ.) EDN: YHDFBJ
- 11. Ptah GK. Comparison of the characteristics of alternating current electric motors of the induction and synchronic types, with the purpose of using them in combustible electric motors of greater power. *Izvestija vysshih uchebnyh zavedenij. Jelektromehanika.* 2019;5(62):24–30. (In Russ.) EDN: ISPZZZ doi: 10.17213/0136-3360-2019-5-24-30
- 12. Belousov IV, Samoseiko VF, Saushev AV. Assessment of filtering properties of asynchronous electric drive with pulse width modulation. *E35 Web of Conferences*. 2022;363:1–8. doi: 10.1051/e3sconf/202236301025
- Hava AM, Kerkman RJ, Lipo TA. A High Performance Generalized Discontinuous PWM Algorithm. *IEEE Transactions on Industry applications*. 1998;34(5):1059– 1071. doi: 10.1109/28.720446
- 14. Chaplygin EE, Khukhtikov SV. Pulse width modulation with passive phase in three-phase voltage inverters. *Electricity*. 2011;5:53–61. (In Russ.) EDN: NRBWQP
- Saushev AV, Belousov IV, Bova EV, Rumjancev AJu. Non-full-phase algorithms for pulse-width modulation of three-phase voltages in frequency control systems of electric drives. *Modern Transportation Systems and Technologies*. 2024;2(10):231–246. (In Russ.) doi: 10.17816/transsyst628299

### Сведения об авторах:

76

Саушев Александр Васильевич, доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой «Электропривод и электрооборудования береговых установок»; eLibrary SPIN: 9692-8603; ORCID: 0000-0003-2657-9500; E-mail: saushev@bk.ru Белоусов Игорь Владимирович, доцент кафедры «Электропривод и электрооборудования береговых установок»; eLibrary SPIN: 9055-5945; ORCID: 0000-0002-9754-1318; E-mail: igor5.spb@yandex.ru Самосейко Вениамин Францевич, профессор кафедры «Электропривод и электрооборудования береговых установок»; eLibrary SPIN: 5813-4505; ORCID: 0000-0003-2407-1922; E-mail: samoseyko@mail.ru Гуськов Владимир Олегович, аспирант кафедры «Электропривод и электрооборудования береговых установок»; ORCID: 0000-0002-9917-1971 E-mail: guskov@inbox.ru

#### Information about the authors:

**Aleksandr V. Saushev,** Doctor of Sciences in Engineering, Associate Professor, Head of the Department of Electric Drive and Electrical Equipment Shore Installations; eLibrary SPIN: 9692-8603; ORCID: 0000-0003-2657-9500;

E-mail: saushev@bk.ru

77

**Igor V. Belousov,** Associate Professor, Department of Electric Drive and Electrical Equipment of Coastal Installations;

eLibrary SPIN: 9055-5945; ORCID: 0000-0002-9754-1318;

E-mail: igor5.spb@yandex.ru

**Veniamin F. Samoseiko**, Professor, Department of Electric Drive and Electrical Equipment of Coastal Installations;

eLibrary SPIN: 5813-4505; ORCID: 0000-0003-2407-1922;

E-mail: samoseyko@mail.ru

**Vladimir O. Guskov**, postgraduate student, Department of Electric Drive and Electrical Equipment of Coastal Installations;

ORCID: 0000-0002-9917-1971

E-mail: guskov@inbox.ru