# Рубрика 2. НАУЧНЫЕ И ПРАКТИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ Направление – Электротехнология и электрофизика

https://doi.org/10.17816/transsyst637429

537

#### © С.В. Покровский, И.В. Мартиросян, Д.А. Александров

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ» (Москва, Россия)

## ЧИСЛЕННОЕ 3D МОДЕЛИРОВАНИЕ МАГНИТНЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ЗАМКНУТЫХ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ КОЛЕЦ

**Цель.** сравнение магнито-силовых характеристик замкнутых ВТСП колец с одинарным и двойным разрезом.

Методы. Численный расчет выполнен методом конечных элементов в программном обеспечении Comsol Multiphysics.

**Результаты.** Получены профили вертикальной компоненты намагниченности для ВТСП колец с одинарным и двойным разрезом, намагниченных в градиентном магнитном поле и поле постоянного магнита. Построены зависимости нормированной силы левитации от числа слоев в обмотке для замкнутых и незамкнутой конфигураций. Наибольшая левитационная сила достигается, при использовании незамкнутой обмотки (она превосходит на 10% силу левитации замкнутой обмотки с одинарным разрезом и почти двукратно – с двойным).

Заключение. Разработаны численные модели процесса намагничивания замкнутых элементов на основе ВТСП лент второго поколения в градиентном поле постоянного магнита. Моделирование выполнено методом конечных элементов в терминах напряженности магнитного поля (Н-формализм) и магнитного векторного потенциала (А-формализм). Рассмотрены системы замкнутых ВТСП колец с одинарным и двойным разрезом. Верификация численных моделей проведена путем сравнения результатов расчета с экспериментальными данными, полученными с использованием методов сканирующей холловской магнитометрии.

*Ключевые слова:* сверхпроводящие кольца; композитные ВТСП-ленты; FEMмоделирование; А-формализм; Н-формализм.

#### Как цитировать:

Покровский С.В., Мартиросян И.В., Александров Д.А. Численное 3D моделирование магнитных систем на основе замкнутых сверхпроводящих колец // Инновационные транспортные системы и технологии. 2024. Т. 10. № 4. С. 537–555. doi: 10.17816/transsyst637429

Section 2. SCIENTIFIC AND PRACTICAL DEVELOPMENTS Subject – Electrotechnology and Electrophysics

© S.V. Pokrovskii, I.V. Martirosian, D. A. Aleksandrov

National research nuclear university MEPHI (Moscow, Russia)

## NUMERICAL 3D MODELING OF MAGNETIC SYSTEMS BASED ON CLOSED SUPERCONDUCTING RINGS

**Aim.** To compare the magnetic characteristics and levitation force of single-cut and double-cut closed HTS rings.

**Methods.** Numerical calculations were performed using the finite element method in the Comsol Multiphysics software.

**Results.** The vertical magnetization profiles were obtained for single- and doubleslit HTS rings magnetized under a gradient magnetic field and a permanent magnet's field. The normalized levitation force was analyzed based on the number of winding layers for both closed and nonclosed configurations. The nonclosed winding was found to generate the highest levitation force, namely 10% greater than that of a single-cut closed winding and nearly double that of a double-cut closed winding.

**Conclusion.** Numerical models were developed to simulate the magnetization process of closed-loop elements made from second-generation HTS tapes in the gradient field of a permanent magnet. The modeling was performed using the finite element method with both the magnetic field strength (H-formulation) and A-formulation (magnetic vector potential). Closed HTS ring systems with single and double cuts were analyzed. The models were verified by comparing the numerical results with experimental data obtained through scanning Hall magnetometry.

*Keywords:* superconducting rings; composite HTS tapes; FEM modeling; A-formulation; H-formulation.

#### To cite this article:

538

Pokrovskii SV, Martirosian IV, Aleksandrov DA. Numerical 3D modeling of magnetic systems based on closed superconducting rings. Modern Transportation Systems and Technologies. 2024;10(4):537–555. doi: 10.17816/transsyst637429

## введение

Благодаря способности захватывать высокие магнитные поля, высокотемпературные сверхпроводники (ВТСП) имеют широкий спектр технических применений. Наиболее активно развивающиеся направления использования ВТСП элементов связаны с созданием магнитов захваченного поля (МЗП) [1]. В настоящее время МЗП внедряются в устройствах на основе ядерного магнитного резонанса (ЯМР), а также в сверхпроводящих моторах и генераторах [1–3]. Одним из перспективных конструкционных материалов для МЗП являются сверхпроводники на основе соединений (RE)Ва2СиЗО7-х (где RE-редкоземельный элемент, как правило Y или Gd) или сокращенно REBCO. Максимальные значения захваченного магнитного поля – 17,6 и 17,7 Тл, достигались с использованием объемного образца REBCO [1] и с использованием стопок ВТСП лент на основе REBCO [2], соответственно. В ранних конструкциях сверхпроводящих вращающихся машин намагниченные объемные образцы из высокотемпературной сверхпроводящей керамики применялись в составе конструкции ротора [3-5] или статора [6-7]. В конструкциях современных ВТСП генераторов часто используются беговые катушки с обмотками, изготовленными из ВТСП-лент второго поколения [8–9] и стопок лент [10–11]. Переход к конструкциям, содержащим элементы из ВТСП-композитов, стал возможен благодаря их преимуществам по сравнению с объемными образцами, таким как высокие критические характеристики, лучшие прочностные свойства, высокая термическая стабильность, легкость масштабирования устройств.

Одним из вариантов реализации магнитов с захваченным магнитным потоком на основе ВТСП-лент является замкнутая кольцевая ВТСП обмотка (также известная как кольцеобразная или замкнутая катушка). Лента кольцеобразной формы лишена несверхпроводящих переходов, являющихся источниками резистивных потерь, способных существенно повлиять на эффективность устройства. В этом случае намагничивание осуществляется методом магнитной накачки [4, 12]. Растущий интерес к ВТСП магнитам с замкнутым контуром [12–15] доказывает их потенциал для применения в различных устройствах, таких как портативные МРТ томографы [14] и вращающиеся машины [15]. В частности, в работе [16] сообщается о рекордном значении захваченного магнитного поля в сборке из 200 кольцевых лент – 4,6 Тл. Возрастающие перспективы разработки систем на основе замкнутых кольцевых ВТСП элементов обусловили интерес к поиску оптимальных конфигураций таких систем, а также

наиболее надежных и быстрых методов численного анализа применительно к расчету систем на основе ленточных ВТСП композитов [17–21].

B настояшей работе приведены результаты численного моделирования МЗП на основе замкнутых сверхпроводящих колец с одним и двумя разрезами, проведено сравнение профилей захваченного магнитного поля для рассмотренных конфигураций замкнутых ВТСП колец, а также сравнение максимальной намагниченности систем с величиной захваченного поля незамкнутой ВТСП обмоткой для различного количества ВТСП слоев. Моделирование процессов намагничивания ВТСП систем выполняется методом конечных элементов с использованием термосвязанных А и Н формулировок нестационарных уравнений Максвелла. Верификация численных моделей проведена путем сравнения результатов расчета намагниченности замкнутого ВТСП кольца с одинарным разрезом с экспериментальным профилем захваченного магнитного поля, полученным с использованием методов сканирующей холловской магнитометрии. На основе сравнения точности разработанных моделей, а также времени вычислений, сделан вывод об эффективности применения рассмотренных формулировок для выполнения численного анализа МЗП на основе ленточных ВТСП композитов.

## ОПИСАНИЕ ИССЛЕДУЕМОЙ СИТЕМЫ

На Рис. 1 представлена принципиальная схема и основные параметры замкнутых ВТСП катушек с одним и двумя разрезами. Для получения замкнутого кольцевого элемента с одним разрезом (Рис. 1А) ВТСП лента разрезается вдоль по центральной линии, и центральные части разводятся в противоположные стороны. Для получения замкнутого ВТСП кольца с двойным разрезом центральная часть ВТСП ленты разрезается на три фрагмента, причем центральный фрагмент имеет ширину 6 мм, а ширина каждого бокового фрагмента составляет 3 мм. После чего соседние части разводятся в разные стороны, как показано на Рис. 1Б. Перечень основных геометрических параметров моделируемых ВТСП колец приведен в Табл. 1. Кольцевые ВТСП обмотки изготовлены из фрагментов 12 мм ВТСП ленты длины L=53 мм. Диаметр кольца составляет 20 мм. Толщина  $h_{coll}=N\cdot h_{HTS}$ замкнутой кольцевой обмотки определяется количеством ВТСП лент N и толщиной единичной ВТСП ленты  $h_{HTS}$ . В рамках представленной работы количество N ВТСП слоев в сверхпроводящих кольцах варьируется от 1 до 10. Толщина *h*<sub>*нт*</sub> ВТСП лент REBCO производства С-Инновации, рассматриваемых в представленной работе, составляет ~ 100 мкм. Каждая

ВТСП лента представляет собой композитную структуру, содержащую слои подложки (70 мкм), ВТСП слой (3 мкм), слой серебра (5 мкм), а также двусторонне медное покрытие (10 мкм с каждой стороны). Согласно спецификации производителя, средний критический ток ВТСП ленты составляет 550 А в собственном поле при температуре кипения жидкого азота.



**Рис. 1.** Принципиальная схема замкнутых ВТСП колец. *а* – замкнутое ВТСП кольцо с одним разрезом, *b* – замкнутое ВТСП кольцо с двумя разрезами

Fig. 1. Schematic diagram of closed HTS rings. a – closed HTS ring with one cut, b – closed HTS ring with two cuts

**Таблица 1.** Основные геометрические параметры замкнутых ВТСП колец **Table 1.** Main geometrical parameters of closed HTS rings

Параметр	Обозначение	Величина
Диаметр кольца, мм	d	20
Ширина ВТСП ленты, мм	W	12
Длина боковых граней, мм	1	10
Длина образца, мм	L	53

Намагничивание замкнутых ВТСП колец осуществляется постоянным цилиндрическим NdFeB магнитом марки N45 диаметра 40 мм высоты 10 мм. Остаточная индукция магнитного поля на поверхности постоянного магнита (ПМ) составляет 0,35 Тл. В процессе намагничивания ПМ приближается вдоль вертикальной оси (совпадает с осью ВТСП кольца) к предварительно охлажденному образцу с высоты 100 мм до высоты 1 мм к ближайшей поверхности кольца, после чего ПМ отводится обратно до высоты 100 мм. Процесс намагничивания продолжается в течение 30 с. Таким образом намагничивание образцов осуществляется в режиме охлаждения в нулевом поле (ZFC). Моделирование описанной системы

выполнялось с использованием метода конечных элементов в двух наиболее часто применяемых формулировках нестационарных уравнений Максвелла – А- и Н-формализмах. Далее приведено описание данных формулировок для решения электродинамической задачи о распределении токов в ВТСП.

## ОПИСАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ. H-ФОРМАЛИЗМ

Н-формулировка уравнений Максвелла является одним из наиболее распространённых методов численного анализа ВТСП систем [20]. Расчет процесса намагничивания замкнутых ВТСП колец выполняется методом конечных элементов с использованием общей формы дифференциальных уравнений в частных производных (*General form PDE*) пакета программного обеспечения Comsol Multiphysics. В среде Comsol общая форма PDE задается уравнением:

$$\boldsymbol{e}_{a}\frac{\partial^{2}\boldsymbol{u}}{\partial t^{2}} + d_{a}\frac{\partial\boldsymbol{u}}{\partial t} + \nabla \times \boldsymbol{\Gamma} = \boldsymbol{F}, \qquad (1)$$

где во всем пространстве в качестве зависимой переменной u при моделировании выбирается напряженность магнитного поля H(x,y,z).

Параметры уравнения (1) подобраны таким образом, что выражение преобразуется в уравнение Фарадея:

$$\nabla \times \boldsymbol{E} + \frac{d\boldsymbol{B}}{dt} = \nabla \times \boldsymbol{E} + \frac{d\left(\mu_{0}\mu_{r}\boldsymbol{H}\right)}{dt} = 0, \qquad (2)$$

где E – напряжённость электрического поля, B – индукция магнитного поля, H – напряженность магнитного поля,  $\mu_0$  – магнитная постоянная,  $\mu_r$  относительная магнитная проницаемость, которая принимается равной 1.

Компоненты тока *J* определяются на основе закона Ампера:

$$\boldsymbol{J} = \nabla \times \boldsymbol{H} = \begin{cases} J_x = \frac{dH_z}{dy} - \frac{dH_y}{dz}; \\ J_y = \frac{-dH_z}{dx} + \frac{dH_x}{dz}; \\ J_z = \frac{dH_y}{dx} - \frac{dH_x}{dy}. \end{cases}$$
(3)

Нелинейная зависимость сопротивления от тока задается с помощью степенного закона для вольтамперной характеристики:

$$\rho = \frac{E_c}{J_c} \left( \frac{|\mathbf{J}|}{J_c} \right)^{n-1}, \tag{4}$$

где  $E_c$  – критическое электрическое поле, равное 1 мкВ/см,  $J_c$  – критический ток, компоненты тока J вычисляются на основе закона Ампера (3), n – показатель степени, экспериментальная полевая зависимость для которого вводится в рамках модели в виде интерполяции.

В рамках модели Н-формализма каждая ВТСП лента включает, помимо сверхпроводящего слоя, подложку, а также слои меди и серебра, что соответствует производственной архитектуре лент. Ввиду отсутствия хоть сколько-нибудь весомого вклада в тепловые и электродинамические процессы в ВТСП ленте, наноразмерные слои композита при моделировании не учитываются. Электрический контакт между всеми слоями ВТСП композита принимается идеальным, а зависимости сопротивлений всех слоёв (кроме сверхпроводящего) от тока вводятся в виде интерполяции для каждого материала.

# ОПИСАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ. А-ФОРМАЛИЗМ

Несмотря на TO, моделирование сверхпроводников ЧТО в Н-формализме является наиболее широко используемым подходом, при расчете магнитных сверхпроводящих систем, активно применяются и другие методы. Одним из таких методов является моделирование ВТСП систем с использованием А-формализма [21]. Использование А-формализма в случае замкнутых ВТСП элементов, которые, как правило, наиболее часто встречаются в конструкциях ВТСП генераторов [22], может привести к сокращению времени расчета. Для проверки этого предположения разработана модель в терминах магнитного векторного потенциала А. В основе описания формализма заложена двухжидкостная модель, в рамках которой все свободные электроны сверхпроводящего домена разделены на два ансамбля сверхпроводящие электроны с плотностью  $n_s$  и нормальные электроны с плотностью  $n_n$ . Соответственно, плотность тока также разделяется на две компоненты:

$$\boldsymbol{J} = \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{E} + \boldsymbol{J}_s, \tag{5}$$

Received: 09.10.2024 Поступил: 09.10.2024 где  $\sigma E$  – ток нормальных электронов,  $J_{s}$  – ток куперовских пар. Вычисление *J*, происходит на основе решения уравнений Максвелла для вектора напряженности электрического поля:

$$\boldsymbol{E} = \frac{-\partial A}{\partial t} - \nabla \varphi, \qquad (6)$$

где  $\varphi$  – электростатический потенциал, A – векторный потенциал магнитного поля.

Связь между напряженностью электрического поля и плотностью тока описывается степенным законом:

$$\boldsymbol{E} = E_c \left(\frac{\boldsymbol{J}}{\boldsymbol{J}_c}\right)^n,\tag{7}$$

Для описания связи плотности тока и векторного потенциала используется приближение, предложенное А. Кэмпбеллом в работе [23] :

$$\boldsymbol{J} = J_c tanh\left(\frac{-\partial \boldsymbol{A}}{\partial t \boldsymbol{E}_c}\right). \tag{8}$$

В рамках моделирования в терминах компонент магнитного векторного потенциала геометрические параметры ВТСП элементов также соответствуют реальной архитектуре композитных лент, однако, образец (ВТСП кольцо или стопка ВТСП колец) по аналогии с работой [17] рассматривается в виде гомогенизированного домена с эквивалентными характеристиками (инженерной плотностью тока, эффективной теплоемкостью и теплопроводностью).

В основе описания физики тепловых процессов лежит нестационарное уравнение теплопроводности в твердых телах:

$$\rho C_{p} \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot \left(-k \nabla T\right) = Q + \rho C_{p} w \nabla T, \qquad (9)$$

где в качестве зависимой переменной выступает абсолютная температура *T*,  $C_p$  – теплоемкость при постоянном давлении,  $\rho$  – плотность, k – коэффициент теплопроводности, *w* – поле скорости температур, *Q* – все источники тепла, включая термоэлектрические.

Расчет производится с учетом температурных зависимостей теплоемкостей и теплопроводностей всех слоев ВТСП композита, который определяется как объемный источник тепла, а локальное тепловыделение *Q* вычисляется в соответствии с выражением:

544

$$Q = \boldsymbol{E}_n \cdot \boldsymbol{J}_n, \qquad (10)$$

где  $E_n = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2}$  – напряженность электрического поля,

а  $J_n = \sqrt{J_x^2 + J_y^2 + J_z^2}$  – плотность электрического тока. Распределения токов **J** и напряженностей электрического поля **E** в сверхпроводнике определяются условиями намагничивания и вычисляются при решении уравнений H или A формулировки.

При моделировании азотного охлаждения ВТСП композитов рассматриваются два режима кипения хладагента – конвективный (или стационарный) и пузырьковый. Эти режимы характеризуются различными коэффициентами теплоотдачи. Для пузырькового кипения коэффициент теплоотдачи рассчитывается как:

$$\alpha_{boil} = C_h q^{0.624} \left(\rho C_p k\right)^{0.117}, \qquad (11)$$

где  $\rho$  – плотность,  $C_p$  – теплоемкость, k – теплопроводность жидкого азота, q – тепловой поток,  $C_h$  – коэффициент [24–25].

Коэффициент теплоотдачи для стационарного кипения жидкого азота определяется разностью температур  $\Delta T$  на границе между стопкой лент и жидким азотом и рассчитывается по формуле:

$$\alpha_{conv} = C_{conv} \cdot T^{\frac{1}{3}}, \qquad (12)$$

где *C<sub>conv</sub>* – коэффициент [24–25].

## РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Верификация численных моделей выполнена с использованием данных о распределении захваченного магнитного поля, полученных с использованием методов сканирующей холловской магнитометрии для замкнутого ВТСП кольца с одинарным разрезом, при этом сканирование поверхности захваченного магнитного поля осуществлялось на высоте 1 мм от верхней поверхности образцов.

На Рис. 2 в качестве примера представлены экспериментальные и расчетные распределения *z*-компоненты индукции магнитного поля, захваченного стопкой из двух ВТСП колец при намагничивании в градиентном магнитном поле МП при температуре кипения жидкого азота (77.4 К). Хорошо видно, что результаты численного анализа в обеих A и H

формулировках находятся в согласии с результатами экспериментальных исследований, притом анализ в терминах компонент магнитного поля демонстрирует более точное прогнозирование отрицательных областей зависимости.

С увеличением количества ВТСП лент в стопке замкнутых ВТСП катушек различие между результатами расчетов в двух рассматриваемых формулировках снижается. На Рис. 3 в качестве примера представлены экспериментальная и расчетная зависимости остаточной намагниченности для девяти замкнутых ВТСП колец с одинарным разрезом.

Следует отметить, что расчет системы с использованием А-формализма требует значительно меньших затрат вычислительных ресурсов и времени. Так, при расчете системы девяти ВТСП колец с одинаковой точностью расчетной сетки при использовании компьютера на базе процессора IntelCorei9 (G10 XE, 18 физических ядер, 128 Гб ОЗУ)



**Рис. 2.** Распределения остаточной намагниченности на высоте 1 мм от верхней поверхности двух замкнутых ВТСП колец при полном намагничивании в градиентном магнитном поле при температуре 77 К. На вставке показана линия над образцом, вдоль которой строилось распределение магнитного поля

**Fig. 2.** Distributions of residual magnetization at a height of 1 mm from the top surface of two closed HTS rings during full magnetization in a gradient magnetic field at a temperature of 77 K. The inset shows the line above the sample along which the magnetic field distribution was plotted

с дискретным графическим процессором Nvidia G Force GTX 3060 Ti (8 Гб) Н формулировке потребовалось 20 ч 39 мин, тогда как продолжительность вычислений с использованием А-формулировки составила 8 ч 19 мин.

Исходя из вышеизложенного, можно заключить, что Н-формулировка нестационарных уравнений Максвелла в общем случае является более точной. Однако, при увеличении размера системы, когда на передний план выходят интегральные усредненные характеристики системы, в целях экономии вычислительных ресурсов и времени можно использовать формулировку в терминах компонент магнитного векторного потенциала без существенной потери в точности вычислений.

Для обеспечения наибольшей точности вычислений дальнейшие расчеты выполнялись с использованием формулировки в терминах компонент магнитного поля (Н-формализм), которая продемонстрировала наилучшее согласование с экспериментальными результатами для систем



**Рис. 3.** Распределения остаточной намагниченности на высоте 1 мм от верхней поверхности девяти замкнутых ВТСП колец при намагничивании в градиентном магнитном поле при температуре 77 К. На вставке показана линия над образцом, вдоль которой строилось распределение магнитного поля

**Fig. 3.** Distributions of residual magnetization at a height of 1 mm from the top surface of nine closed HTS rings when magnetized in a gradient magnetic field at a temperature of 77 K. The inset shows the line above the sample along which the magnetic field distribution was plotted

с различным числом ВТСП лент. На втором шаге исследований было проведено сравнение магнитных характеристик замкнутых кольцевых ВТСП обмоток с одинарным и двойным разрезом. На Рис. 4 представлены профили остаточной намагниченности над поверхностью одиночных ВТСП колец с одним и двумя разрезами на высоте 2 мм от верхней поверхности. Как видно из представленных распределений, использование замкнутых ВТСП катушек с двойным разрезом позволяет получить более равномерное распределение магнитного поля над поверхностью обмотки.

Для оценки эффективности применения замкнутых ВТСП обмоток был выполнен анализ магнитных характеристик замкнутых ВТСП катушек с незамкнутой ВТСП обмоткой. Незамкнутая сверхпроводящая обмотка представляет собой ВТСП ленту с незакрепленными концами, намотанную на формер диаметра 20 мм, т.е. имеющую размер, эквивалентный рассмотренным конфигурациям замкнутых ВТСП колец. Анализ магнитных характеристик трех систем выполнялся путем сравнения максимальной силы магнито-левитационного взаимодействия обмоток с постоянным





**Fig. 4.** Calculated distribution of residual magnetization at a height of 1 mm from the top surface of closed HTS rings at full magnetization in the field of a permanent magnet at a temperature of 77 K

NdFeB в процессе намагничивания. На Рис. 5 приведены нормированные зависимости максимальной силы левитации ВТСП образцов от количества слоев ВТСП ленты в обмотке при температуре 77,4 К.

Из представленной на Рис. 5 зависимости видно, что сила левитации при увеличении количества ВТСП слоев от 1 до 10 растет линейно для всех рассмотренных конфигураций системы. Замкнутое ВТСП кольцо с двойным разрезом демонстрирует лучшие показатели силы магнито-левитационного взаимодействия в сравнении с классическим замкнутым кольцом, что, вероятно, обусловлено различиями в профилях поля остаточной намагниченности. Наибольшая отталкивающая сила достигается при использовании незамкнутой обмотки, превосходя кольца с двойным разрезом более чем на 10% и почти двукратно – обмотку с одинарным разрезом.

Кроме того, как видно из большего угла наклона кривой, темпы роста силы левитации для замкнутой ВТСП обмотки с двойным разрезом являются наибольшими из трех рассмотренных случаев. В связи с этим для более точной оценки эффективности применения замкнутых ВТСП колец с двойным разрезом и незамкнутых ВТСП колец необходим расчет



**Рис. 5.** Нормированные расчетные зависимости левитационной силы от числа колец в ВТСП обмотке

Fig. 5. Normalized calculated dependences of the levitation force on the number of rings in the HTS winding системы с большим количеством ВТСП слоев. Тем не менее, разница всего лишь ~10% между этими конфигурациями свидетельствует о перспективности применения замкнутых ВТСП обмоток в магнитных системах.

Стоит также отметить, что важным преимуществом замкнутых ВТСП колец на практике является тот факт, что для конструирования катушки на их основе могут быть набраны фрагменты композитной ленты с наиболее однородным критическим током, тогда как незамкнутые обмотки неизбежно будут сформированы из длинномерных образцов. На практике критический ток фрагментов ВТСП ленты большой длины варьируется в пределах 15%, что приводит к росту тепловых потерь и потерь на перемагничивание.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе метода конечных элементов разработаны численные модели процесса намагничивания замкнутых сверхпроводящих колец с одним и двумя разрезами во внешнем градиентном магнитном поле постоянного магнита. Моделирование процессов намагничивания ВТСП систем выполняется методом конечных элементов с использованием термосвязанных А и Н формулировок нестационарных уравнений Максвелла. Верификация численных моделей проведена путем сравнения результатов расчета намагниченности замкнутого ВТСП кольца с экспериментальным профилем захваченного магнитного поля, полученным с использованием методов сканирующей холловской магнитометрии. Установлено, что наиболее точной является модель в терминах компонент магнитного поля, однако с увеличением размера сверхпроводящей системы обе рассмотренные формулировки демонстрируют практически одинаковую, высокую точность вычислений. Сравнение профилей захваченного магнитного поля проведено для рассмотренных конфигураций замкнутых ВТСП колец с одинарным и двойным разрезом, содержащих от 1 до 10 ВТСП слоев, выполнено сравнение максимальной намагниченности систем с величиной захваченного поля для незамкнутой ВТСП обмотки при различном количестве ВТСП слоев. Замкнутое ВТСП кольцо с двойным разрезом демонстрирует лучшие показатели силы магнито-левитационного взаимодействия в сравнении с классическим замкнутым кольцом, что, вероятно, обусловлено различиями в профилях поля остаточной намагниченности. Наибольшая отталкивающая сила достигается

при использовании незамкнутой обмотки, превосходя кольца с двойным разрезом более чем на 10%, и почти двукратно – обмотку с одинарным разрезом.

# БЛАГОДАРНОСТИ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-19-00394, https://rscf.ru/project/23-19-00394/

#### Авторы заявляют, что:

- 1. У них нет конфликта интересов;
- 2. Настоящая статья не содержит каких-либо исследований с участием людей в качестве объектов исследований.

#### The authors state that:

- 1. They have no conflict of interest;
- 2. This article does not contain any studies involving human subjects.

# БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- Tomita M., Murakami M. High-temperature superconductor bulk magnets that can trap magnetic fields of over 17 tesla at 29 K // Nature. 2003. Vol. 421, N. 6922. P. 517–520. doi:10.1038/nature01350
- Patel A., Baskys A., Mitchell-Williams T., et al. A trapped field of 17.7 T in a stack of high temperature superconducting tape // Superconductor Science and Technology. 2018. Vol. 31, N. 9. P. 09LT01. doi:10.1088/1361-6668/aad34c
- Kovalev L., Ilushin K., Koneev S., et al. Hysteresis and reluctance electric machines with bulk HTS rotor elements // IEEE transactions on applied superconductivity. 1999. Vol. 9. N. 2. P. 1261–1264. doi:10.1109/77.783530
- Muta I., Jung H., Nakamura T., Hoshino T. Performance of axial-type motor with Bi-2223 HTS bulk rotor // Physica C: Superconductivity. 2002. Vol. 372. P. 1531–1534. doi: 10.1016/S0921-4534(02)01078-X
- 5. Matsuzaki H., Kimura Y., Morita E., et al. HTS bulk pole-field magnets motor with a multiple rotor cooled by liquid nitrogen // IEEE transactions on applied superconductivity. 2007. Vol. 17, N 2. P. 1553–1556. doi:10.1109/TASC.2007.898488
- Hirakawa M., Inadama S., Kikukawa K., et al. Developments of superconducting motor with YBCO bulk magnets // Physica C: Superconductivity. 2003. Vol. 392. P. 773–776. doi:10.1016/S0921-4534(03)01213-9
- Netter D., Leveque J., Ailam E., et al. Theoretical study of a new kind HTS motor // IEEE transactions on applied superconductivity. 2005. Vol. 15, N. 2. P. 2186–2189. doi: 10.1109/TASC.2005.849608
- Gao Y., Wang W., Wang X., et al. Design, fabrication, and testing of a YBCO racetrack coil for an HTS synchronous motor with HTS flux pump // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. 2020. Vol. 30, N. 4. P. 1–5. doi: 10.1109/TASC.2020.2971453

551

- 9. Ueno E., Kato T., Hayashi K. Race-track coils for a 3 MW HTS ship motor // Physica C: Superconductivity and its Applications. 2014. Vol. 504. P. 111–114. doi: 10.1016/j.physc.2014.03.015
- Tomkow L., Harca I., Machaj K., et al. Experimental system for testing a superconducting motor at temperatures close to 15 K // Cryogenics. 2020. Vol. 112. P. 103206. doi:10.1016/j.cryogenics.2020.103206
- Climente-Alarcon V., Smara A., Tomkow L., et al. Testing of surface mounted superconducting stacks as trapped-flux magnets in a synchronous machine // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. 2020. Vol. 30, N. 5. P. 1–8. doi: 10.1109/TASC.2020.2976603
- Martins F.G.R., Sass F., Ferreira A.C., de Andrade R. A novel magnetic bearing using REBCO double crossed loop coils // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. 2018. Vol. 28, N. 4. P. 1–5. doi:10.1109/TASC.2018.2813371
- 13. Levin G.A., Barnes P.N., Murphy J., et al. Persistent current in coils made out of second generation high temperature superconductor wire // Applied Physics Letters. 2008. Vol. 93, N. 6. P. doi: 10.1063/1.2969798
- Santos B.M.O., dos Santos G., dos Reis Martins F.G., et al. Magnetic bearings with double crossed loops modelled with TA formulation and electric circuits // Superconductivity. 2023. Vol. 7. P. 100058. doi: 10.1016/j.supcon.2023.100058
- Sheng J., Zhang M., Wang Y., et al. A new ring-shape high-temperature superconducting trapped-field magnet // Superconductor Science and Technology. 2017. Vol. 30. N 9. P. 094002. doi: 10.1088/1361-6668/aa7a51
- Ali M.Z., Zheng J., Huber F., et al. 4.6 T generated by a high-temperature superconducting ring magnet // Superconductor Science and Technology. 2020. Vol. 33, N. 4. P. 04LT01. doi: 10.1088/1361-6668/ab794a
- Barnes G., McCulloch M., Dew-Hughes D. Computer modelling of type II superconductors in applications // Superconductor Science and Technology. 1999. Vol. 12, N. 8. P. 518. doi:10.1088/0953-2048/12/8/308
- Brambilla R., Grilli F., Martini L. Development of an edge-element model for AC loss computation of high-temperature superconductors // Superconductor Science and Technology. 2006. Vol. 20, N. 1. P. 16. doi: 10.1088/0953-2048/20/1/004
- Coombs T., Campbell A., Murphy A., Emmens M. A fast algorithm for calculating the critical state in superconductors // COMPEL-The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering. 2001. Vol. 20, N. 1. P. 240–252. doi: 10.1108/03321640110359967
- Huber F., Song W., Zhang M., Grilli F. The TA formulation: an efficient approach to model the macroscopic electromagnetic behaviour of HTS coated conductor applications // Superconductor Science and Technology. 2022. Vol. 35, N. 4. P. 043003. doi: 10.1088/1361-6668/ac5163
- Morandi A. 2D electromagnetic modelling of superconductors // Superconductor Science and Technology. 2012. Vol. 25, N. 10. P. 104003. doi:10.1088/0953-2048/25/10/104003
- 22. Mykola S., Fedor G. A-V formulation for numerical modelling of superconductor

magnetization in true 3D geometry // Superconductor Science and Technology. 2019. Vol. 32, N. 11. P. 115001. doi: 10.1088/1361-6668/ab3a85

- Campbell A.M. A new method of determining the critical state in superconductors // Superconductor Science and Technology. 2007. Vol. 20, N. 3. P. 292. doi: 10.1088/0953-2048/20/3/031
- Anischenko I., Pokrovskii S., Rudnev I., Osipov M. Modeling of magnetization and levitation force of HTS tapes in magnetic fields of complex configurations // Superconductor Science and Technology. 2019. Vol. 32, N. 10. P. 105001. doi: 10.1088/1361-6668/ab2bbe
- Osipov M., Starikovskii A., Anishenko I., et al. The influence of temperature on levitation properties of CC-tape stacks // Superconductor Science and Technology. 2021. Vol. 34, N 4. P. 045003. doi: 10.1088/1361-6668/abe18e

## REFERENCES

- 1. Tomita M, Murakami M. High-temperature superconductor bulk magnets that can trap magnetic fields of over 17 tesla at 29 K. *Nature*. 2003;421(6922):517–520. doi: 10.1038/nature01350
- Patel A, Baskys A, Mitchell-Williams T, et al. A trapped field of 17.7 T in a stack of high temperature superconducting tape. *Superconductor Science and Technology*. 2018;31(9):09LT01. doi:10.1088/1361-6668/aad34c
- 3. Kovalev L, Ilushin K, Koneev S, et al. Hysteresis and reluctance electric machines with bulk HTS rotor elements. *IEEE transactions on applied superconductivity*. 1999;9(2):1261–1264. doi:10.1109/77.783530
- 4. Muta I, Jung H, Nakamura T, et al. Performance of axial-type motor with Bi-2223 HTS bulk rotor. *Physica C: Superconductivity*. 2002;372:1531–1534. doi:10.1016/S0921-4534(02)01078-X
- 5. Matsuzaki H, Kimura Y, Morita E, et al. HTS bulk pole-field magnets motor with a multiple rotor cooled by liquid nitrogen. *IEEE transactions on applied superconductivity*. 2007;17(2):1553–1556. doi:10.1109/TASC.2007.898488
- 6. Hirakawa M, Inadama S, Kikukawa K, et al. Developments of superconducting motor with YBCO bulk magnets. *Physica C: Superconductivity*. 2003;392:773–776. doi:10.1016/S0921-4534(03)01213-9
- 7. Netter D, Leveque J, Ailam E, et al. Theoretical study of a new kind HTS motor. *IEEE transactions on applied superconductivity*. 2005;15(2):2186–2189. doi:10.1109/TASC.2005.849608
- 8. Gao Y, Wang W, Wang X, et al. Design, fabrication, and testing of a YBCO racetrack coil for an HTS synchronous motor with HTS flux pump. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*. 2020;30(4):1–5. doi:10.1109/TASC.2020.2971453
- 9. Ueno E, Kato T, Hayashi K. Race-track coils for a 3 MW HTS ship motor. *Physica C: Superconductivity and its Applications*. 2014;504:111–114. doi:10.1016/j.physc.2014.03.015
- Tomkow L, Harca I, Machaj K, et al. Experimental system for testing a superconducting motor at temperatures close to 15 K. *Cryogenics*. 2020;112:103206. doi:10.1016/j.cryogenics.2020.103206

- Climente-Alarcon V, Smara A, Tomkow L, et al. Testing of surface mounted superconducting stacks as trapped-flux magnets in a synchronous machine. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*. 2020;30(5):1–8. doi:10.1109/TASC.2020.2976603
- 12. Martins FGR, Sass F, Ferreira AC, et al. A novel magnetic bearing using REBCO double crossed loop coils. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*. 2018;28(4):1–5. doi:10.1109/TASC.2018.2813371
- Levin GA, Barnes PN, Murphy J, et al. Persistent current in coils made out of second generation high temperature superconductor wire. *Applied Physics Letters*. 2008;93(6). doi:10.1063/1.2969798
- Santos BMO, dos Santos G, dos Reis Martins FG, et al. Magnetic bearings with double crossed loops modelled with TA formulation and electric circuits. *Superconductivity*. 2023;7:100058. doi:10.1016/j.supcon.2023.100058
- Sheng J, Zhang M, Wang Y, et al. A new ring-shape high-temperature superconducting trapped-field magnet. *Superconductor Science and Technology*. 2017;30(9):094002. doi:10.1088/1361-6668/aa7a51
- Ali MZ, Zheng J, Huber F, et al. 4.6 T generated by a high-temperature superconducting ring magnet. Superconductor Science and Technology. 2020;33(4):04LT01. doi:10.1088/1361-6668/ab794a
- Barnes G, McCulloch M, Dew-Hughes D. Computer modelling of type II superconductors in applications. *Superconductor Science and Technology*. 1999;12(8):518. doi:10.1088/0953-2048/12/8/308
- Brambilla R, Grilli F, Martini L. Development of an edge-element model for AC loss computation of high-temperature superconductors. *Superconductor Science and Technology*. 2006;20(1):16. doi:10.1088/0953-2048/20/1/004
- 19. Coombs T, Campbell A, Murphy A, et al. A fast algorithm for calculating the critical state in superconductors. *COMPEL-The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering*. 2001;20(1):240–252. doi: 10.1108/03321640110359967
- 20. Huber F, Song W, Zhang M, et al. The TA formulation: an efficient approach to model the macroscopic electromagnetic behaviour of HTS coated conductor applications. *Superconductor Science and Technology*. 2022;35(4):043003. doi:10.1088/1361-6668/ac5163
- 21. Morandi A. 2D electromagnetic modelling of superconductors. *Superconductor Science and Technology*. 2012;25(10):104003. doi:10.1088/0953-2048/25/10/104003
- 22. Mykola S, Fedor G. A–V formulation for numerical modelling of superconductor magnetization in true 3D geometry. *Superconductor Science and Technology*. 2019;32(11):115001. doi:10.1088/1361-6668/ab3a85
- 23. Campbell AM. A new method of determining the critical state in superconductors. *Superconductor Science and Technology*. 2007;20(3):292. doi:10.1088/0953-2048/20/3/031
- 24. Anischenko I, Pokrovskii S, Rudnev I, Osipov M. Modeling of magnetization and levitation force of HTS tapes in magnetic fields of complex

configurations. *Superconductor Science and Technology*. 2019;32(10):105001. doi: 10.1088/1361-6668/ab2bbe

25. Osipov M, Starikovskii A, Anishenko I, et al. The influence of temperature on levitation properties of CC-tape stacks. *Superconductor Science and Technology*. 2021;34(4):045003. doi:10.1088/1361-6668/abe18e

#### Сведения об авторах:

555

Покровский Сергей Владимирович, кандидат физико-математических наук, заведующий научно-исследовательской лаборатории;

eLibrary SPIN: 6643-7817; ORCID: 0000-0002-3137-4289;

E-mail: sergeypokrovskii@gmail.com

Мартиросян Ирина Валерьевна, кандидат физико-математических наук; eLibrary SPIN: 3368-8809; ORCID: 0000-0003-2301-1768;

E-mail: mephizic@gmail.com

Александров Дмитрий Александрович, инженер-исследователь; eLibrary SPIN: 5365-6190; ORCID: 0009-0001-7383-0094; E-mail: cfrfcfrfdima123@gmail.com

#### Information about the authors:

Sergey V. Pokrovskii, Candidate of Sciences in Physics and Mathematics, Head of the Laboratory; eLibrary SPIN: 6643-7817; ORCID: 0000-0002-3137-4289; E-mail: sergeypokrovskii@gmail.com Irina V. Martirosian, Candidate of Science in Physics and Mathematics, research engineer; eLibrary SPIN: 3368-8809; ORCID: 0000-0003-2301-1768; E-mail: mephizic@gmail.com Dmitrii A. Aleksandrov, research engineer; eLibrary SPIN: 5365-6190; ORCID: 0009-0001-7383-0094; E-mail: cfrfcfrfdima123@gmail.com